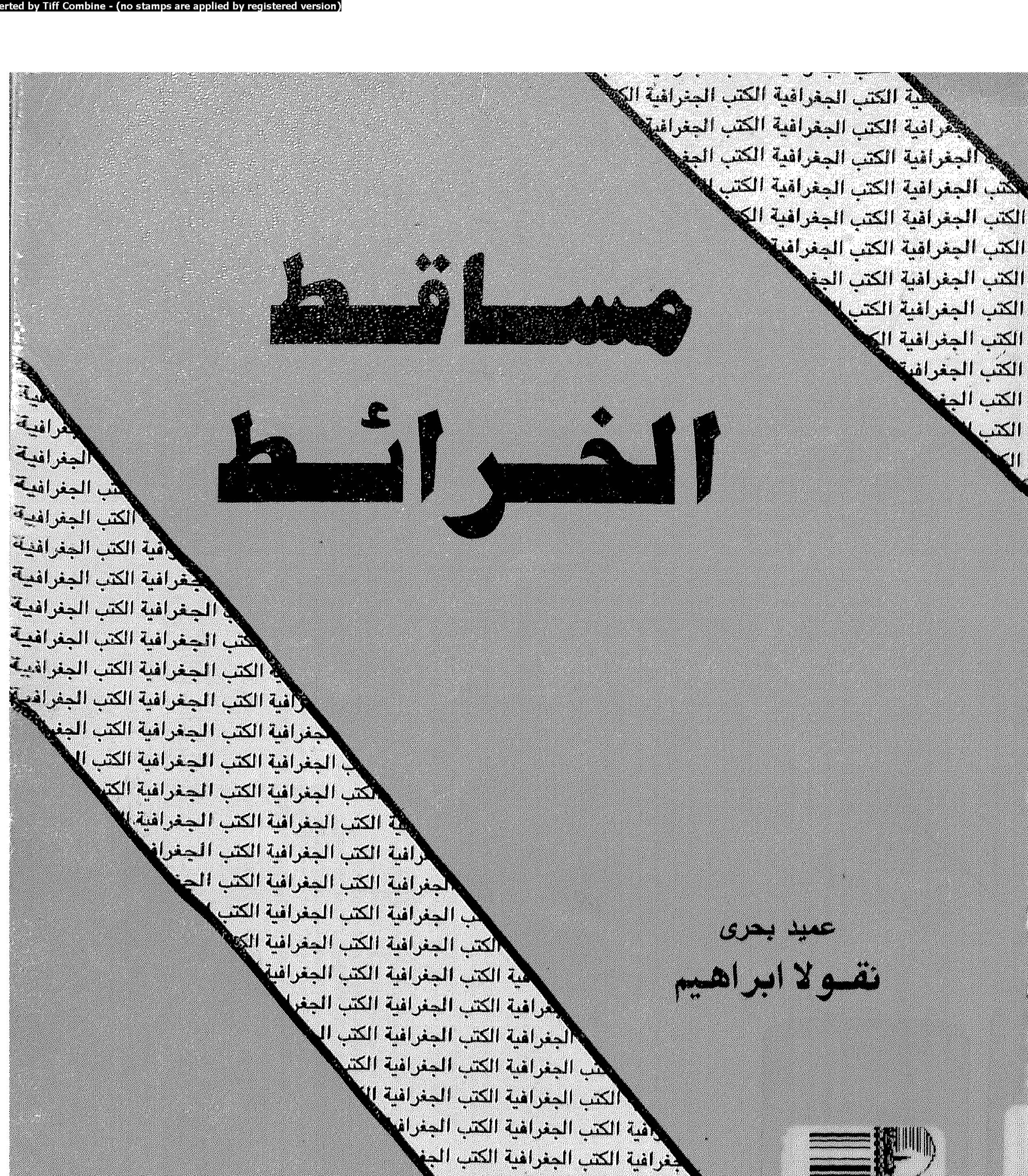


مساقط الخرائط

عميد بحرى
نقولا ابراهيم

الناشر منشأة المعارف بالاسكندرية
جلال حزى وشركاه



مساقط الخرائط

عميد بحري
نقولا ابراهيم
بكالوريوس مع مرتبة الشرف في الرياضيات

الناشر منشأة المعارف بالاسكندرية
جلال حزي وشركاه



Converted by Tiff Combine - (no stamps are applied by registered version)

تقـــديم

كتبت هـــذا المؤلف ليحل محل كتابي الســـابق فى نفس الموضوع بعنوان « مساقط الخرائط الجغرافية » . ولم أكن أتخيل أن نسخ الكتاب السابق ستنفد بتلك السرعة خصوصا وأن المهتمين بهذا الموضوع والدارسين له مازالوا قليلون.

وفى هذا المؤلف أضفت مجموعة المساقط الخاصة بخرائط الحائط وخرائط المساحة الى مساقط خرائط الأطلس حتى يصبح الكتاب شـــاملا لجميع أنواع الخرائط .

وهذا الكتاب يشرح فكرة المساقط وطرق تشكيلها والقواعد الهندسية لإنشائها وطرق تنفيذ الأنواع الرئيسية منها وهى مادة ضرورية لدارسى الجغرافيا والخرائط والملاحة والمســـاحة كما يهم بالدرجـــة الأولى المشتغلين بصناعة الخرائط .

والدراسة النظرية للمساقط المقدمة فى هذا الكتاب تعتمد على بعض المراجع باللغة الانجليزية ذكرتها فى نهاية الكتاب . ولكن التطبيقات العمليـة هى حصيلة خبراتى الخاصة فى مجـــال إنشاء الخرائط خـلال ممارستى لأعمـــال المســـاحة والكارتوجرافيا بالادارة الهيدروجرافية للادميراليه البريطانية بالقوات البحرية وبالمساحة المصرية وأيضا من خلال تدريس هذه المادة لسنوات عديدة .

والاسلوب العلمى الذى يعالج معظم المساقط يعتمد على الرياضيات المبسطة خصوصا مساقط خرائط الأطلس وخرائط الحائط ـ ولكن عند دراسة مساقط

الخرائط المساحية للأرض الشبه كروية فلا يوجد مفر من استخدام الرياضيات المتقدمة .

وتتميز الحسابات فى أمثلة هذا الكتاب بسهولة إجرائها على الحاسب الالكترونى اليدوى المعتاد بدلا من استخدام اللوغاريتمات كما كان متبعا من قبل. ولذلك وضعت كثير من العلاقات التى تشكل المساقط فى صورها الأصلية المبسطة دون تحويلها الى الصور اللوغاريتمية المطولة ، كما تتميز الحسابات بالدقة العالية المتوفرة حاليا فى الحاسبات الالكترونية اليدوية — كذلك استخدمت اللوغاريتمات للأساس هـ بدلا من الاساس ١٠ لسهولة الحصول عليها .

مازال هذا الكتاب الوحيد باللغة العربية ولذلك تم تزويده بقائمة المصطلحات المستخدمة وما يقابلها باللغة الإنجليزية . وبالكتاب ملحقين : الأول يشرح بعض طرق رسم القطع الناقص وهو الشكل الذى يظهر كثيرا فى المساقط ، والثانى به بعض قوانين حساب المثلثات المستوية حتى تساعد على متابعة استخراج العلاقات الرياضية للمساقط .

أرجوا أن تكون مساهمتى بتقديم هذا الكتاب قد سدت الفراغ الشاغر فى المكتبة الجغرافية والمساحية والكارتوجرافيه وأن أكون قد أمددت كل المتصلين والمشتغلين بصناعة الخرائط بمرجع كانوا دائما فى حاجة اليه وأن أكون قد وفيت باحتياجات مدرسى ودارسى العلوم الكارتوجرافية فى الجامعات العربية .

الاسكندرية — مايو ١٩٨٢   المؤلف

محتويات الكتاب



محتويات الكتاب

صفحة

صفحة

صفحة

الباب السابع

الباب الثامن

الباب التاسع

الباب العاشر

الباب الحادى عشر

الباب الأول

تعريف

الأرض كروية الشكل . ولكى يوجد لدينا نموذجا للأرض نتدارس عليه معالمها وخواصها ، يحسن أن يكون هذا النموذج كروى الشكل أيضا .

ولكن عند استخدام سطح كروى كنموذج الأرض ، نتعرض لبعض المشاكل والمتاعب . فالنموذج الكروى المناسب الحجم الذى يبين بعض تفاصيل حدود القارات والمحيطات يجب ألا يقل حجمه عن حجم غرفة مثلا . وبالتالى لبيان تفاصيل أكثر — كتلك الموجودة داخل القارات أو فى قاع المحيطات — يجب أن يتزايد حجم النموذج الكروى ويصبح غير عمليا .

والنموذج الذى يمثل سطح الأرض يستخدم عادة لتخطيط بعض العمليات - كرسم خطوط ملاحة للطائرات مثلا ، — أو التعرف على مساحة منطقة من العالم — أو لقياس المسافات بين العواصم المختلفة — الى آخر ذلك من الاستخدامات المعروفة . والنموذج الكروى لايساعد على اتمام هذه العمليات إذ أن أجهزة وأدوات الرسم والقياس كالمسطرة والبرجل والمنقله لا تستخدم إلا على السطوح المستوية .

من هنا ظهرت الحاجة الى رسم الخرائط على السطوح المستوية . فعلى سطح مستوى يمكن رسم العالم كله أو أجزاء منه بالمقياس المطلوب وبالأبعاد المطلوبة .

من المستحيل تطبيق سطح مستوى مثـــل سطح الخريطة على سطح كروى مثل سطح الأرض ، ولذلك تصبح المعالم المرسومة على سطح الخريطة غير مطابقة تماما للمعالم المرسومة على سطح الكرة الأرضية . ويقصد بعدم التطابق أن العناصر الهندسية لمعالم سطح الأرض لابد وأن يصحبها بعض التغيير عند تمثيلها على سطح الخريطة .

والعناصر الهندسية لأى شكل هى :

١ ـ المســـافات

٢ ـ الاتجـاهات

٣ ـ المســـاحات

ولقد تبين أنه على سطح الخريطة يمكن الاحتفاظ ببعض العناصر الهندسية مطابقة لنظيراتها على سطح الأرض ، ولكن لا يمكن الاحتفاظ بجميع العناصر الهندسية بالصورة المطابقة .

هذه العملية تشبه الى حد كبير العلاقة بين شكل مجسم وصورته الفوتوغرافية فالصورة لن تمثل المجسم كما يمثله تمثال ، كما وانه على الصـــورة الفوتوغرافية لا يمكن بيان جميع العناصر الهندسية للمجسم مطابقة تماما للأصل .

تسمى عملية نقل شكل المعالم من سطح الأرض الكروى الى سطح الخريطة المستوى بعملية الإسقاط ـــ وهو تعبير هندسى ـ .

ويسمى الشكل الناتج على الخريطة بالمسقط .

الباب الثانى

أقسام المساقط

كلمة أسقاط المستخدمة فى هذا العلم لها معنى شامل ويقصد بها التمثيل على السطح المستوى للخريطة سواء أكان هذا التمثيل بطريقة الاسقاط المنظور أو الاسقاط الهندسى أو بغيرهما .

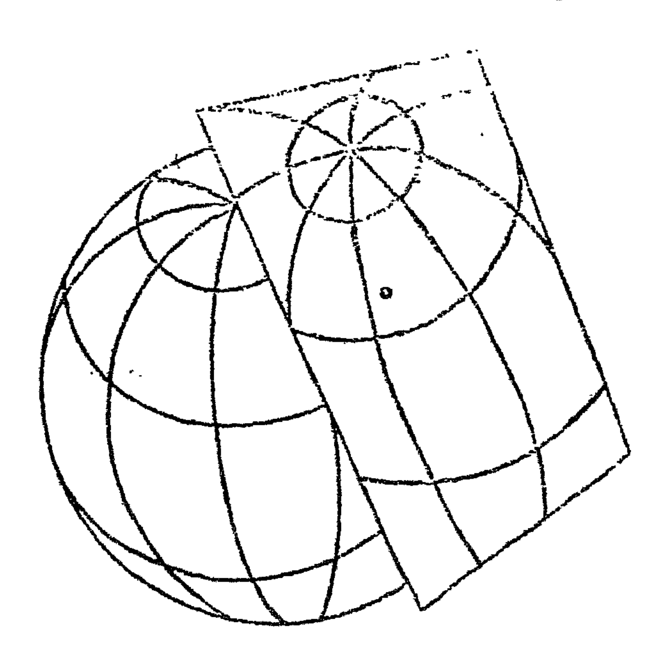
لنأخذ مثالا : دعنا نتصور وجود مصدر ضوئى مشع عند مركز الكرة الأرضية ونتصور أيضا وجود لوحة مستوية عند القطب الشمالى . يلقى مصدر الضوء ظلالا لخطوط الطول والعرض على اللوحة المستوية ، كما يلقى ايضا ظلالا لحدود القارات مع المحيطات .

ستظهر خطوط الطول على اللوحة المستوية خطوطا مستقيمة متقابلة عند نقطة القطب ، وستظهر دوائر العرض على هيئة دوائر مركزها القطب . ولو أن دوائر العرض متساوية البعد على سطح الأرض إلا إن ظلالها الناتجة على اللوحة المستوية ستتباعد كلما ابتعدنا عن نقطة القطب .

يمكن تغيير موضع مصدر الضوء ويمكن ايضا تغيير موضع اللوحة المستوية ومع كل تغيير نحصل على شكل جديد من الظلال . فمصدر الضوء يمكن نقله إلى القطب الآخر للأرض كما يمكن وضعه خارج الكرة الأرضية على امتداد خط القطبين وفى مواضع مختلفة . ومع كل موضع جديد لمصدر الضوء نحصل على شكل جديد من الظلال .

تسمى الاشكال الهندسية الناتجة بتلك الطرق بالمساقط المنظورة لأنها تأخذ شكل

المنظور من العين كما تسمى مساقط اتجاهية لأن الاتجاهات على سطح اللوحة المستوية عند موضع تماس اللوحة مع سطح الأرض ، تكون مطابقة للاتجاهات على سطح الأرض .



شكل (١)

مسقط منظور

يمكن تغيير موضع اللوحة المستوية على سطح الأرض . فعندما تكون اللوحة عند القطب يسمى المسقط الناتج قطبي ، وعندما تكون اللوحة ملامسة لخط الاستواء يسمى المسقط الناتج استوائي ، وعندما تمس اللوحة سطح الأرض عند موضع بين القطب والاستواء يسمى المسقط الناتج منحرف .

في المثال السابق يتضح معنى الاسقاط . ولكن المساقط المنظورة لا تفي بالأغراض المختلفة المتعددة المطلوب من أجلها عمل الخرائط ؛ لذلك تعدل

المساقط بطرق هندسية لتأخذ أشكالا جديدة تفي بالأغراض المطلوبة . وهذه التعديلات تحقق خصائص جديدة مثل الاحتفاظ بالمساحات الصحيحة ، بمعنى أن مساحة منطقة على الخريطه تساوى مساحة المنطقة المناظرة على سطح الأرض كما تحقق تلك التعديلات احيانا الاحتفاظ بالمسافات الصحيحة .

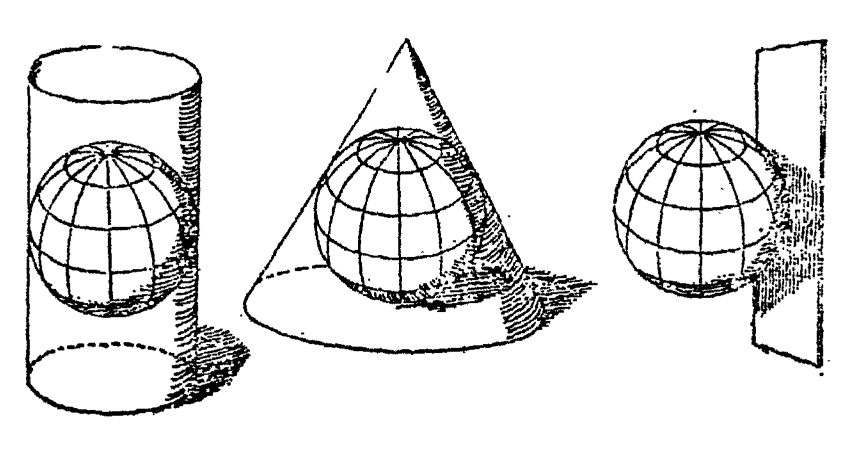
فى المساقط الاتجاهية كان مستوى الخريطة عاسا لمستوى سطح الأرض عند نقطة . ولذلك تسقط المنطقة الصغيرة من سطح الأرض حول تلك النقطة إلى سطح الخريطة ممثلة تمثيلا جيـــدا . وكلما ابتعدنا عن نقطة التماس تأخذ الأخطاء سبيلها للظهور تدريجيا ويختلف الشكل على الخريطه عن الشكل الأصلى على الأرض ويوصف الشكل بالتشويه .

ولزيادة الرقعة الممثلة على الخريطة تمثيلا جيدا يمكن لف الخريطة حول سطح الأرض لتأخـــذ شكل اسطوانة وعندئذ تظهر المنطقة المحيطة بدائرة التماس فى أحسن شكل ثم يبدأ التشويه تدريجيا ويتزايـــد بالابتعاد عن دائرة التماس . وبالطبع لا تستخدم الخريطة وهى فى الشكل الاسطوانى بل يعاد تسطيحها ثانية . ويسمى المسقط الناتج بتلك الطريقة مسقط اسطوانى .

يتم الحصول على المساقط المخروطية بطريقة مماثلة للمساقط الاسطوانية ولكن فى تلك الحالات تلف الخريطة متخذة شكل مخروط وعندئذ تكون دائرة التماس بين الخريطة والأرض دائرة صغرى .

هناك إلى جانب هذه الانواع من المساقط ، مساقط اخرى يتم تصميمها لتحقق خصائص معينة ومعظم تلك المساقط على غاية من الأهمية . وتسمى المساقط بتلك الطريقة مساقط معدلة وهى تختلف فى طريقة انشائها عن المساقط الاتجاهية

والاسطوانية والمخروطية . وتتم بوضع قواعـد هندسية تتحكم فى الشكل الناتج وأحيانا تأخذ المساقط المعدلة اشكالا غير الاشكال المألوفة فى المساقط المعتادة .



مسقط اسطوانى — مسقط مخروطى — مسقط اتجاهى

شكل (٢)

لا يوجــــد تقسيم واضح وقاطع لمجموعات المساقط ولكن يمكن تقسيمها من نواحى مختلفة .

اولا : تبعا للمنطقة التى يمكن بيانها على المسقط :

١ ـ مساقط خاصة برسم العالم
٢ ـ مساقط خاصة برسم نصف الكرة الأرضية
مساقط خاصة برسم قارة أو محيط أو اقليم

ثانيا : تبعا لشكل لوحة الاسقاط

مساقط مخروطية
٢ ـ مساقط اسطوانية

٣ ـ مساقط مستوية (اتجاهية)

ثالثا : تبعا لمنطقة تماس لوحة الاسقاط مع سطح الأرض

١ ـ مساقط قطبية
٢ ـ مساقط اسطوانية
٣ ـ مساقط منحرفة

رابعا : تبعا لطريقة الاسقاط

١ ـ مساقط منظورة
٢ ـ مساقط معدلة
٣ ـ مساقط تجمع بين المنظور والمعدل

خامسا : تبعا للخصائص الهندسية للشكل الناتج

١ ـ مساقط اتجاهية
٢ ـ مساقط تشـــابهية
٣ ـ مساقط متساوية المسافات
٤ ـ مساقط متساوية المساحات

وعـــادة يخضع المسقط لصفتين من الصفات المبينة فى الاقسام الخمسة السابقة ويتكون اسم المسقط من مقطعين . فيقال المسقط المخروطى المتساوى المساحات ويقال المسقط الاتجاهى متساوى المسافات

وكثير من المساقط لايزال يحتفظ باسم صانعه الأول مثـــل مسقط مركيتور ومسقط مولفايدى .



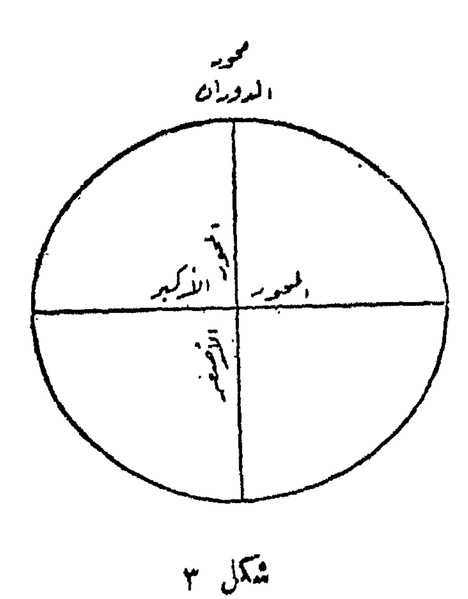
الباب الثالث

انظمة الاحداثيات

الشكل الهندسي لسطح الأرض

لانقصد بسطح الأرض ذلك السطح الذي يمر بالجبال وقاع البحر والمحيطات ولكن يقصد به سطح تخيلي يمر قريبا جداً من سطح المياه التي تغطي البحار والمحيطات ويقطع القارات أسفل مستوى اليابس ليلاقي سطح ميـــاه المحيطات مرة أخرى .

هذا السطح قريب الشبه بسطح كرة وأقرب شكل هندسي يمثل سطح الأرض هو السطح الناتج من دوران قطع ناقص حول محوره الأصغر .



شكل ٣

في كثير من العلوم يعتبر سطح الارض — للسهولة — مماثلا لسطح كرة ولكن في علوم المساحة الجيوديسية والملاحة يلزم الاخذ بالشكل الحقيقي للارض.

وهناك قيم مختلفة لطول كل من المحور الأكبر والمحور الأصغر الذى يمثل قطاع في سطح الأرض يمر بالقطبين . ولقد توصل علماء الجيوديسيا والجاذبية الأرضية لتلك القيم بعد اجراء قياسات كثيرة وحسابات معقدة وبعضها مبين في الجدول الآتى :

شكل الأرض	طول نصف المحور الأكبر	طول نصف المحور الأصغر
افرست ١٨٣٠	٦ ٣٧٧ ٣٠٤ متر	٦ ٣٥٦ ١٠٦ متر
بسل ١٨٤١	٦ ٣٧٧ ٣٩٧	٦ ٣٥٦ ٧٠٩
كلارك ١٨٦٦	٦ ٣٧٨ ٢٠٦	٦ ٣٥٦ ٥٨٤
كلارك ١٨٨٠	٦ ٣٧٨ ٢٤٩	٦ ٣٥٦ ٥١٥
هلمرت ١٩٠٦	٦ ٣٧٨ ٢٠٠	٦ ٣٥٦ ٨١٨

وتم الاتفاق بين العلماء عام ١٩١٠ على القيم التى قام بحسابها هايفورد وأصبحت تستخدم منذ ذلك الوقت بإعتبارها أقرب القيم الى الشكل الحقيقى وقيم هايفورد تعطى :

طول نصف المحور الأكبر ٦ ٣٧٨ ٣٨٨ متر

طول نصف المحور الأصغر ٦ ٣٥٦ ٩١٢ «

في علم المساقط الجغرافية أى المساقط المستخدمة ارسم الخرائط الجغرافية والتى لا يزيد المقياس فيها عن ١ : مليون يعتبر سطح الأرض مماثلا لسطح كرة

نصف قطرها ٦٣٧٠ كيلو متر وتم اختيار هـذه القيمة التى تتوسط نصفى المحورين الأكبر والأصغر مع تقريبها الى رقم دائرى عشرى .

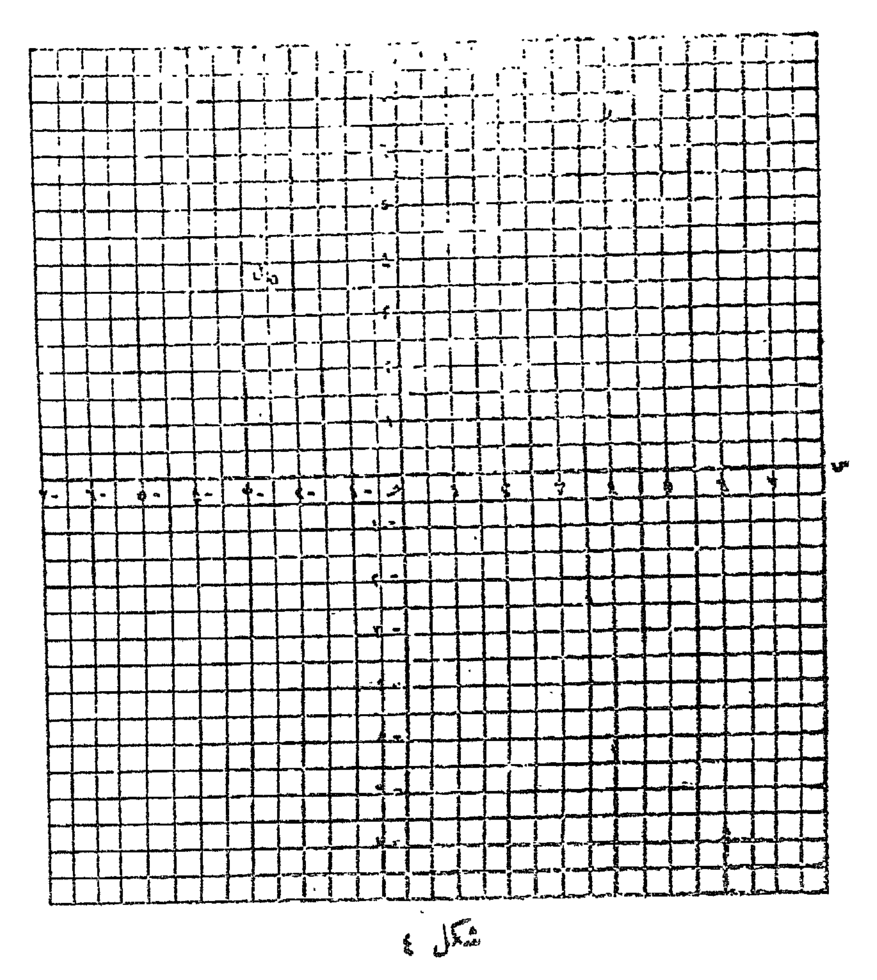
وباستخدام تلك القيمة لن يكون هناك خطأ ملموس فى أبعاد أى خريطة فإذا كان هناك خطأ مقداره واحد كيلو متر بين نصف القطر الكروى المستخدم والقيمة الحقيقية للأرض فلن يظهر هـذا الخلاف على الخريطة بأكثر من $\frac{1}{2}$ ملليمتر إذا كانت الخريطة بمقياس ١ : مليون :

عند إنشاء ورسم المساقط الجغرافية تتخذ القيم المبينة فى الجدول الآتى أساساً للعمل .

المقياس	نصف قطر الارض
١ : ٢٠٠ مليون	٣٫١٨٥ سم
١ : ١٠٠ »	٦٫٣٧٠
١ : ٥٠ »	١٢٫٧٤٠
١ : ٢٠ »	٣١٫٨٥٠
١ : ١٠ »	٦٣٫٧٠٠
١ : ٥ »	١٢٧٫٤٠٠

الاحداثيات على سطح مستوى

لتعريف موقع مكان على سطح مستوى ، اتفق على وجود خطين مستقيمين أساسيين يذرعان هذا المستوى فى اتجاهيه الرئيسيين .



شكل ٤

الاحداثيات على سطح مستوى

الخطان الأساسيان الأفقى والرأسى فى شكل ٤ والمقسمان الى سنتيمترات وأجزاء السنتيمتر يمكننا من التعرف على أى مكان على هذا السطح .

لتعريف موقع النقطة ل مثلا : يقاس بعدها عن نقطة الأصل(م) فى الاتجاه الافقى(- ٤ر٢) . كما يقاس بعدها عن نقطة الاصل فى الاتجاه الرأسى(٧ر٣) .

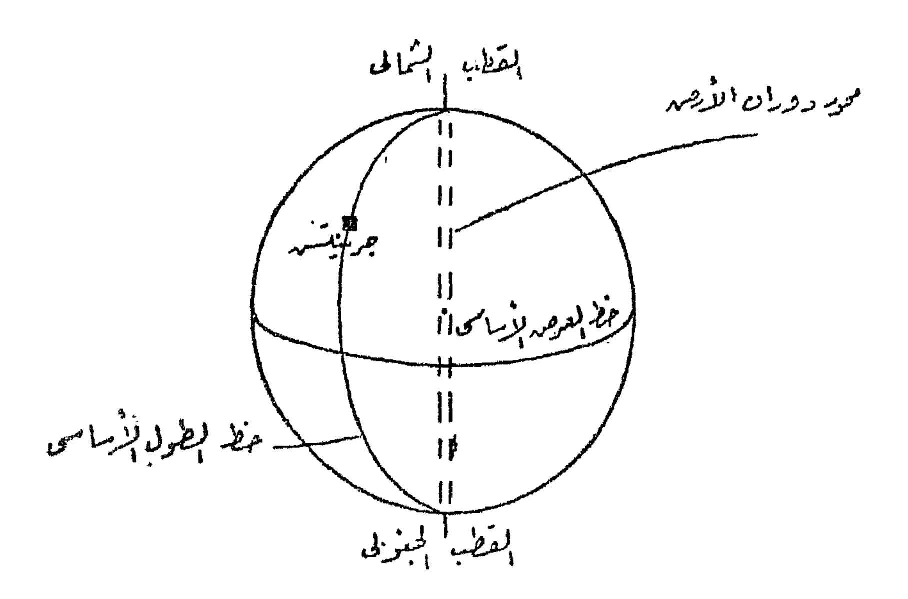
إذا ذكرنا البعدين الافقى والرأسى (— ٤ر٢ ، ٧ر٣) ، فاننا نحدد موقع

النقطة ل . ولن توجد نقطة أخرى سوى النقطة ل على السطح لها نفس البعد الافقى ـ ٢ر٤ سم ونفس البعد الرأسى ٣ر٦ سم . ويسمى البعدان الأفقى والرأسى بالاحداثيان الافقى والرأسى .

لسهولة قياس الأبعاد الأفقية والأبعـــاد الرأسية ولسهولة تحديد المواقع ترسم مجموعة من الخطوط الرأسية المتوازية تعطى المسافات بينها الاحداثيات الأفقية . كما ترسم مجموعة أخرى من الخطوط الأفقية المتوازية تعطى المسافات بينها الاحداثيات الرأسية .

الاحداثيات على سطح الأرض

المحـــاور الأساسية



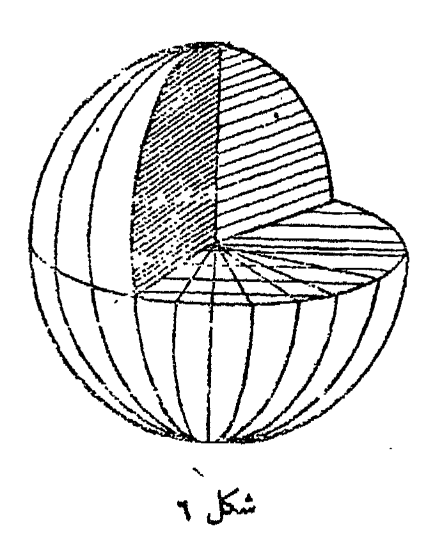
شكل ٥

لتعريف مواقع الأماكن على سطح الأرض تم اتخاذ الخط الأساسى الأفقى

تلك الدائرة العظمى المرسومة على سطح الأرض والتي تقع عند منتصف المسافة بين القطبين الشمالي والجنوبي وسميت بدائرة الاستواء .

كما اتخذ الخط الأساسي الرأسي ، نصف الدائرة المرسومة على سطح الأرض التي تصل القطب الشمالي بالقطب الجنوبي وتمر ببلدة جرينتش بانجلترا .

خطوط الطول



شكل ٦

قسمت دائرة الاستواء إلى ٣٦٠ قسما متساويا ، ورسم على سطح الأرض ٣٦٠ نصف دائرة ، تصل كل منها القطب الشمالي بالقطب الجنوبي وتمـــر بإحدى نقط التقسيم على دائرة الاستواء .

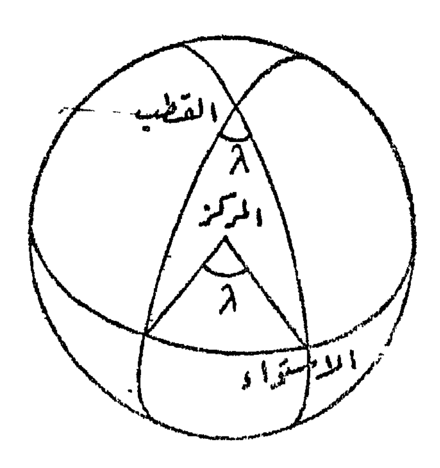
تسمى كل نصف دائرة خط طول .

ويتضح أن الزاوية عند مركز الأرض بين نقطتي تقسيم متجاورتين تساوى (١°) درجة واحدة لأن ٣٦٠ درجة تقابل ٣٦٠ قسما . وأطلق على نصف مجموع

خطوط الطول الواقعة للبمين من خط طــول جرينتش اسم خطـوط الطـول الشرقية — وأطلق على النصف الآخر اسم خطوط الطول الغربية .

وتم ترقيم خط طول جرينتش بالرقم (صفر) وخط الطول الشرقى المجاور (١° شرق) ، ثم (٢° شرق) ، ثم ...... إلى (١٨٠° شـرق) . وبنفس الطريقة رقمت خطوط الطول الغربية من (١° غرب) ... إلى (١٨٠° غرب) ، وبذلك ينطبق خط الطول ١٨٠° شرق على خط الطـول ١٨٠° غرب ويكون هو نصف الدائرة التى تكمل خط طول جرينتش من الناحية المقـابلة على سطح الأرض .

وخطوط الطول على سطح الأرض تماثل الخطوط الرأسية المتوازية فى حالة السطح المستوى والتى تعطى قياسا للبعـــد الأفقى . وفى حالة الكرة الأرضية يكون البعد الأفقى هو الزاوية عند مركز الكرة الأرضيـة ابتـداء من خط طول جرينتش وتسمى زاوية الطول .



شكل ٧

ويلاحظ أيضا في شكل ٧ أن خطوط الطول تتقابل عند القطبين وتكون الزوايا بينها عندئذ مساوية للزوايا المناظرة عند مركز الأرض .

زاوية الطول

هي الزاوية الواقعة في مستوى دائرة الاستواء ورأسها عند مركز الدائرة وضلعها الأساسي يمر في خط طول جرينتش والضلع الآخر يمر في خط من خطوط الطول . وهي أيضا الزاوية عند أحد القطبين بين خط طول جرينتش وخط طول آخر .

ولما كانت الزوايا لا تقاس بالدرجات فقط ولكن أيضا بكسور الدرجات ، لذلك يتضح من التعريف السابق أن عدد خطوط الطول على سطح الأرض ليس ٣٦٠ بل أن خطوط الطول وهي خطوط وهمية يمكن رسمها في أي مكان على سطح الأرض وتتحدد قيمة خط الطول بالزاوية المذكورة في التعريف تبعا لمستوى الدقة .

مثال (١) زاوية الطول ٣٥ر٦١٩ ″ ٤٧ ′ ١١٨ ° شرق بالتقدير الستيني

(٢) « « ٣٥ر٦٢٢١٨٧ جرادة غرب

خطوط العرض

تم تقسيم خط الطول الأساسي ويسمى خط طول جرينتش إلى ١٨٠ قسما متساويا ورسم على سطح الأرض دوائر صغرى توازي دائرة الاستواء تمر كل دائرة منها باحدى نقط تقسيم خط جرينتش .

ويتضح أن الزاوية عند مركز الكرة الأرضية بين نقطتين متجاورتين من

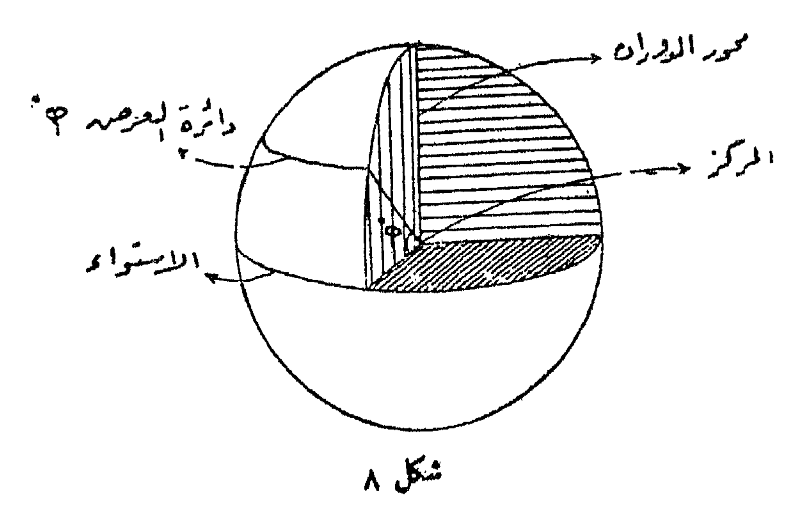
لقط التقسيم تساوى (١ °) درجة واحدة لأن ١٨٠ درجة تقابل ١٨٠ قسما .

وأطلق على نصف مجموعة دوائر العرض الواقعة للشمال من دائرة الاستواء اسم دوائر العرض الشمالية — وأطلق على النصف الآخر اسم دوائر العرض الجنوبية .

وتم ترقيم دائرة عرض الاستواء بالرقم (صفر) ودائرة العرض الشمالى المجاورة بالرقم (١° شمالى) ثم (٢° شمال) ثم ... إلى (٩٠° شمـــال) وهى نقطة القطب الشمالى .

وبنفس الطريقة رقمت دوائر العرض الجنوبية من (١° جنوب) ... إلى (٩٠° جنوب) وهى نقطة القطب الجنوبى .

ودوائر العرض على سطح الأرض تماثل الخطوط الافقية المتوازية فى حالة السطح المستوى والتى تعطى قيـــاسا للبعد الرأسى . وفى حالة الكرة الأرضية يكون البعد الرأسى هو الزاوية عند مركز الأرض ابتداء من الاستواء وتسمى زاوية العرض .



شكل ٨

زاوية العرض

هى الزاوية الواقعة فى مستوى دائرة من دوائر الطول ورأسها عند مركز الدائرة وضلعها الأساسى يمر فى مستوى الاستواء والضلع الآخر يمر فى دائره من دوائر العرض .

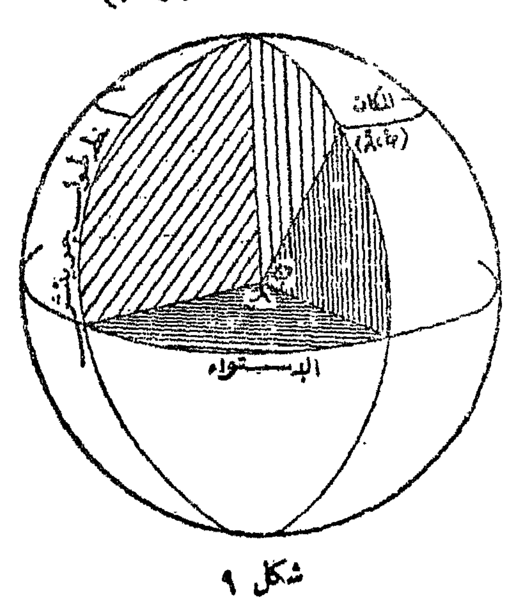
ويتضح من هذا التعريف أن عدد دوائر العرض على سطح الأرض ليس ١٨٠ ، بل يمكن رسم دائرة عرض فى أى مكان على سطح الأرض وتتحدد قيمتها بالزاوية المذكورة فى التعريف .

مثال (١) زاوية العرض ٣٩ر١٨″ ٥٢´ ٧٤° شمال

مثال (٢) « « ٦٨ر٣٤٠٩٢ جرادة جنوب

تعيين موقع مكان على سطح الارض

للتعرف على موقع مكان على سطح الأرض عرضه φ من الدرجات شمال الاستواء وطوله λ من الدرجات شرق جرينتش يتبع الآتى :



شكل ٩

١ — ترسم زاوية فى مستوى الاستواء مركزها عند مركز دائرة الاستواء وضلعها الاساسى يمر فى خط طول جرينتش ، ومقدارها λ من الدرجات . وعند تقابل الضلع الآخر للزاوية مع سطح الأرض يرسم خط الطول يمر بالقطبين.

٢ — فى مستوى خط الطول ترسم زاوية رأسها عند مركز الأرض وضلعها الأساسى فى مستوى الاستواء ومقدارها ϕ من الدرجات . يتقابل الضلع الآخر للزاوية مع سطح الأرض عند الموقع المطلوب .

وبتعبير آخر يتحدد الموقع عند نقطة تقاطع خط الطول λ درجة شرق جرينتش مع دائرة العرض ϕ درجة شمال الاستواء .

حساب المسافات والمساحات على سطح الأرض

تسمى شبكة خطوط الطول والعرض المرسومة على الخريطة باسم الهيكل الجغرافى . ولذلك يلزم التعرف على أطوال خطوط الطول والعرض المرسومة أصلا على سطح الأرض وكذلك التعرف على المساحات المحصورة بينها .

أولا : أطوال الأقواس

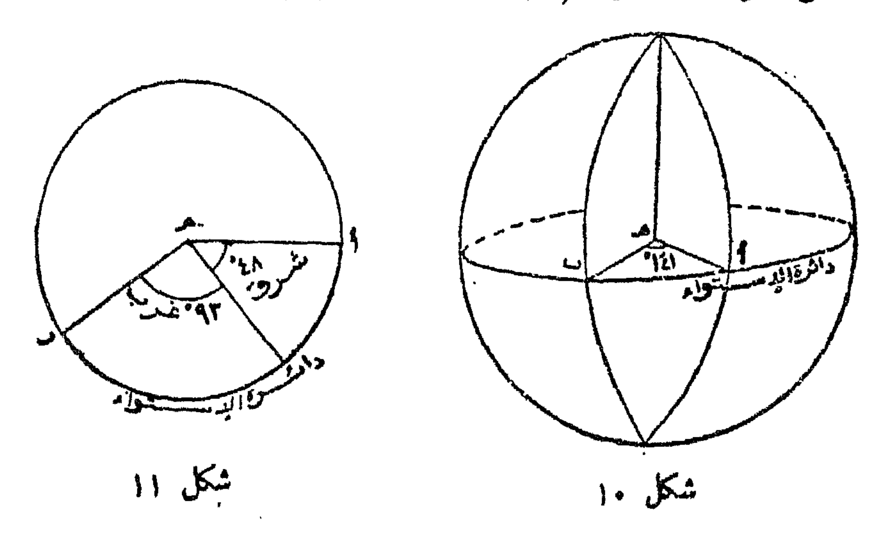
طول قوس من دائرة يقابل زاوية مقدارها $\theta°$

عند مركز الدائرة حيث نصف قطرها نق $= \theta° \times \frac{ط}{١٨٠} \times$ نق

مثال (١)

لايجاد طول قوس على دائرة الاستواء يقع بين نقطتى تقاطع الاستواء مع

خطى الطول ٤٨° شرق (ا) ، ٩٣° غرب (ب)



شكل ١١ شكل ١٠

الزاوية عند مركز الأرض بين النقطتين ا م̂ ب = ٤٨ + ٩٣ = ١٤١°

نصف قطر دائرة الاستواء = ٦٣٧٠ كيلو متر

طول القوس ا ب ١٤١ × $\frac{ط}{١٨٠}$ × ٦٣٧٠ = ١٥٦٧٦ كيلومتر تقريبا

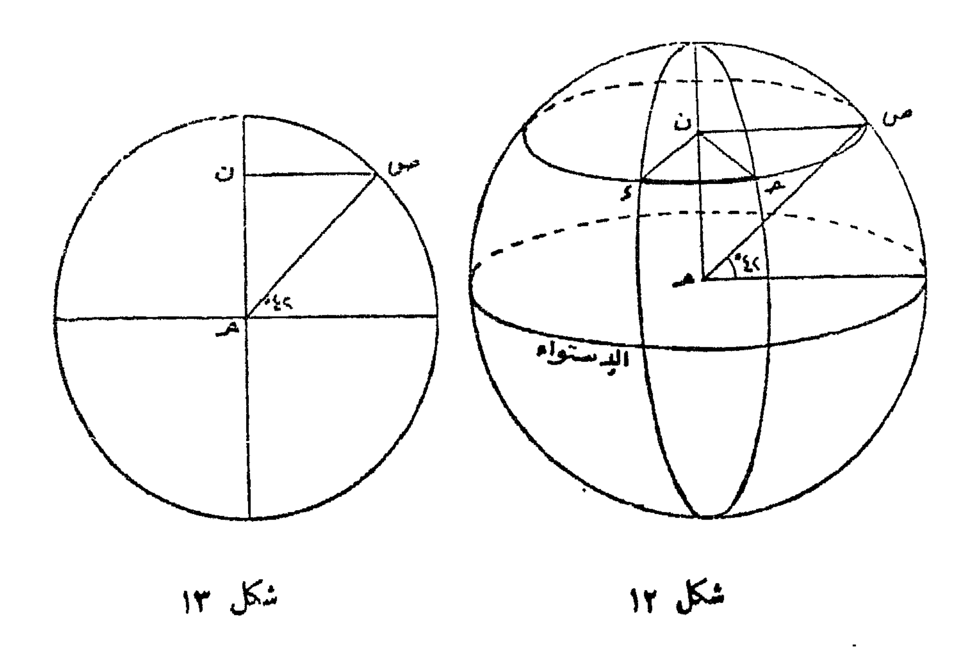
<u>مثال (٢)</u>

لايجاد طول قوس على دائرة العرض ٤٢° شمال بين بين نقطتى تقاطعها مع خطى الطول ٢٧° شرق (هـ) ، ٩٨° غرب (ى)

زاوية هـ ن ى = ٢٧ + ٩٨ = ١٢٥°

نصف قطر دائرة العرض ٤٢° (ص ن) = ص م × جتا ٤٢°

= س × جتا ٤٢°



شكل ١٣ شكل ١٢

طول القوس جـ ء = ١٢٥° × $\frac{ط}{١٨٠}$ × ص ن

= ١٢٥ × $\frac{ط}{١٨٠}$ × س × جتا ٤٢°

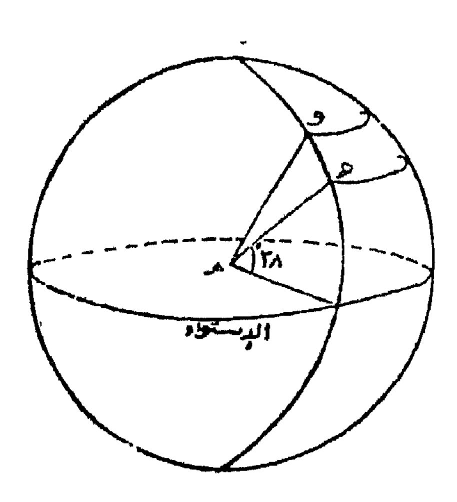
= ١٠٣٢٧٫٦ كيلو متر

مثال (٣)

لايجاد طول قوس على أى خط طول (وجميع خطوط الطول متساوية) بين نقطتى تقاطعه مع دائرتى العرض ٣٨° شمال (هـ) ، ٥٣° شمال (و)

زاوية هـ م و = ٥٣ — ٣٨ = ١٥°

نصف قطر دائرة الطول = س = ٦٣٧٠ كيلو متر



شكل ١٤

طول القوس هـ و = ١٥ × $\frac{ط}{١٨٠}$ × نق = ١٦٦٧ر٧ كيلومتر

<u>ثانيا</u> : مساحة منطقة

مساحة منطقة محصورة بين دائرتى العرض ϕ_1 ، ϕ_2

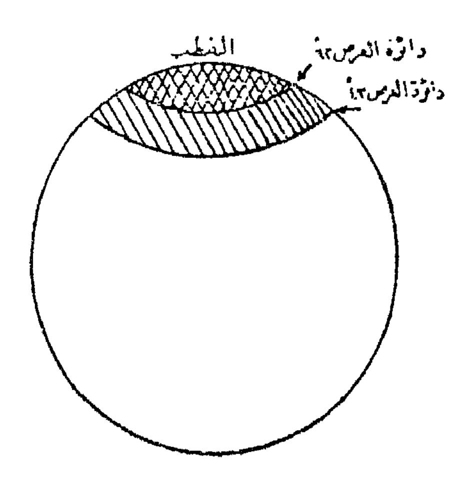
= ٢ ط نق² (جا ϕ_1 — جا ϕ_2)

<u>مثـــال (١)</u>

لايجـــاد مساحة المنطقـة المحصورة بين دائرتى العرض ٤٣° شمال ، ٦٢° شمال .

المساحة = ٢ ط نق² (جا ٦٢° — جا ٤٣°)

٥١ر٢٣ مليون كيلو متر مربع



شكل ١٥

ـــال (٢)

لايجـــاد مساحة المنطقـة المحصورة بين دائرتى العرض ١٧° جنوب ، ٢° شمال .

المساحة = ٢ ط نق² (جا ١٧° — جا (— ٢٤°))

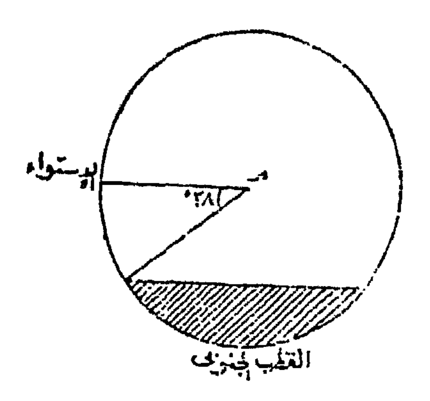
= ٢ ط نق² (جا ١٧° + جا ٢٤°)

= ٢٢ر٢٠٦ مليون كيلو متر مربع

ـــال (٣)

لايجـــاد مساحة المنطقة القطبية (طاقية كروية) التى يحـــدها دائرة ـض ٣٨° جنوب الاستواء.

المساحة = ٢ ط نق² (جا ٩٠° — جا ٣٨°)



شكل ١٦

$$= ٢\,ط\,ى^{٢}\,(١ - جا\,٣٨^{\circ})$$

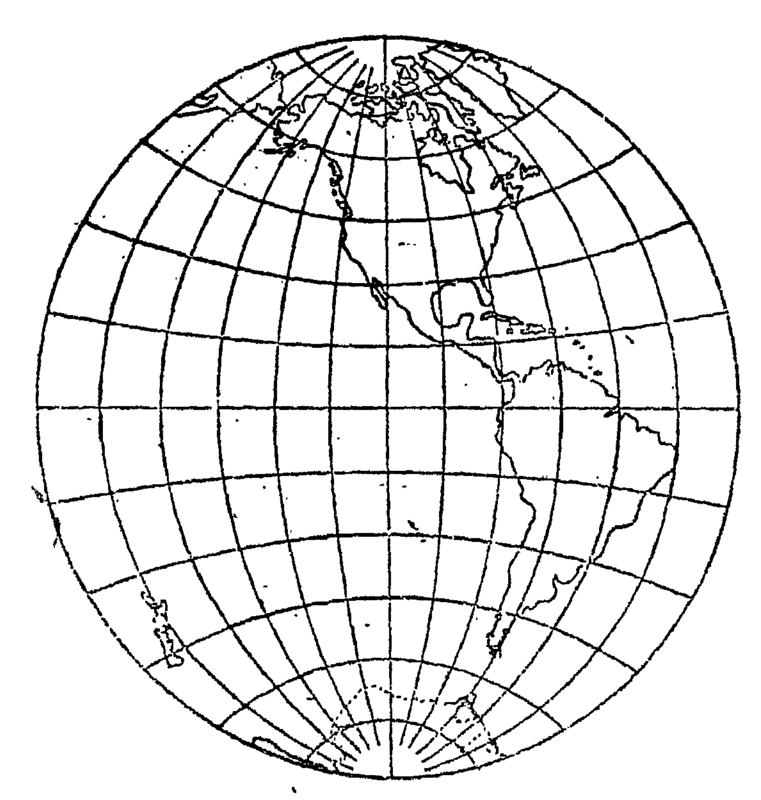
= ٩٨ مليون كيلو متر مربع تقريبا

الباب الرابع

المساقط المعدلة

المسقط الكروى

يستخدم هذا المسقط لبيان نصف العالم ، أو لبيان العالم كله فى مسقطين متجاورين . ولا يتميز هذا المسقط بأى من الخصائص الهندسية المميزة مثل تساوى المساحات أو تساوى المسافات ولكنه يتميز بسهولة الرسم كما وأنه يعطى شكلا جيدا للأرض .



شكل ١٧ نصف الكرة الغربى على مسقط كروى

طـــريقة الرسم

١ – يرسم دائرة تمثل نصف الكرة المطلوب

٢ – يرسم القطر الرأسي ليمثل خط الطول الاوسط وتمثل نهايته القطبين كما يرسم القطر الأفقي ليمثل نصف الإستواء الأرضي - أي ١٨٠° درجة طولية.

٣ – يقسم القطر الرأسي الى عـدد من الأقسام المتساوية ، وتمثل كل نقطة منها تقاطع خط من الخطوط العرض مع خط الطول الأوسط .

كذلك يقسم الاستواء الى نفس العـــدد من الأقسام المتساوية ، وتمثل كل نقطة تقسيم منها تقاطع خط من خطوط الطول مع الاستواء (كل نقطة فى شكل ١٧ تمثل ١٥°)

٤ – يقسم كلا من النصف الشرقي والنصف الغربي من محيط الدائرة المحددة للمسقط الى نفس العـــدد من الأقسام المتساوية ، وتمثل كل نقطة تقسيم نهاية خط من خطوط العرض .

٥ – ترسم خطوط الطول على شـــكل اقواس دوائر يمر كل منها بالقطبين وبإحدى نقط التقسيم على خط الإستواء .

٦ – ترسم دوائر العرض على شـكل اقواس دوائر يمر كل منها بزوج من النقط المتناظرة على محيط الدائرة المحددة كما يمر بنقطة التقسيم المقابلة على خط الطول الأوسط .

حجـــم الدائرة المحددة للمسقط الكروى .

توجد ثلاثة طرق تحدد حجم الدائرة المحددة للمسقط .

١ - فى الطريقة الأولى يكون نصف قطر الدائرة المحددة المسقط مساويا لنصف قطر الأرض ٦٣٧٠ كيلو متر .

٢ - فى الطريقة الثانية تكون المسافة بين القطبين على المسقط مساوية للمسافة بين القطبين على سطح الأرض .

نصف قطر الدائره المحددة للمسقط = $\frac{١}{٢}$ ط نق = ١٠٫٠٠٠ كيلومتر

٣ — فى الطريقة الثالثة تكون مساحة الدائرة المحددة للمسقط مساوية لمساحة نصف الكرة الأرضيه .

فإذا كان نصف قطر الدائرة المحددة للمسقط نق م

$$ط\ نق_م^٢ = ٢\ ط\ نق^٢$$

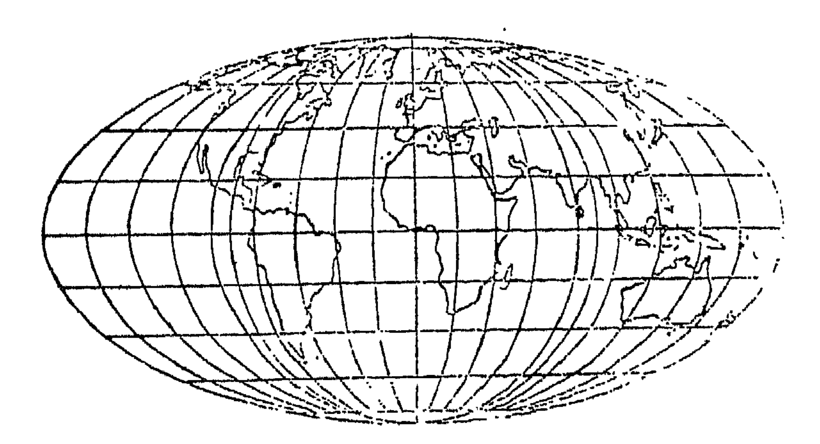
$$ن_م = \sqrt{٢}\ ن = \sqrt{٢} \times ٦٣٧٠$$

= ٩٠٠٠ كيلو متر تقريبا

٢ - مسقط مولفايدى

يستخدم هذا المسقط فى خرائط التوزيعات للعالم كله أو لأجزاء من العالم يتوسطها خط الاستواء مثل المحيط الهادى أو المحيط الأطلسى او قارة افريقيا .

ويتميز بتساوى المساحات كما وأن شكلة العام لطيف



شكل ١٨

العالم على مسقط مولفايدى

الخصائص الهندسية للهيكل الجغرافى

١ - المسقط متساوى المساحات

٢ - خطوط العرض مستقيمة ومتوازية

٣ - خطوط الطول على شكل قطاعات ناقصة ماعدا خط الطول الأوسط فهو مستقيم عمودى على الاستواء وكذلك خطى الطول اللذين يبتعدان ٩٠° عن خط الطول الأوسط فهما يشكلان الحالة الخاصة للقطع الناقص الذى يتخذ فيها شكل دائرة .

٤ - طول خط الاستواء على المسقط يساوى ضعف طول خط الطول الأوسط .

طريقة الإنشاء

١ - يرسم القطع الناقص المحدد للمسقط والذى فيه طول المحور الأكبر

(٢ ا) ؛ اوى ضعف طول المحور الأصغر (٢ ب) ، وبحيث تكون مساحة القطع كله مساوية لمساحة سطح الأرض كلها .

فإذا كانت مساحة القطع المحدد = ط × ا × ب = ط × ٢ ب × ب

وكانت مساحة سطح الارض = ٤ ط نق^{2}

٢ ط ب^{2} = ٤ ط نق^{2}

ب = $\sqrt{2}$ نق

نصف طول المحور الاصغر للقطع (ب) = $\sqrt{2}$ نق = ٩٠٠٨٫٥ كيلو متر

نصف طول المحور الأكبر (ا) = ١٨٠١٧٫٠ «

٢ ـ يقسم المحور الأكبر للقطع والذى يمثل الاستواء الارضى (٣٦٠° طوليه) الى عدد من الاقسام المتساوية (١٨ قسما فى شكل ١٨ وتمثل كل نقطة تقسيم ٢٠° طولية)

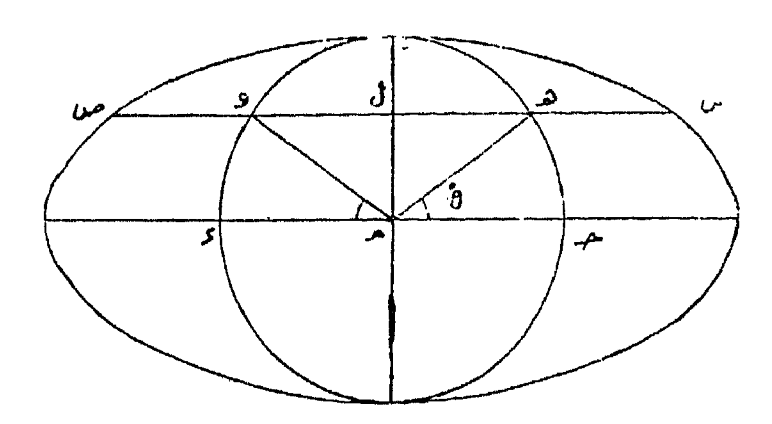
٣ ـ ترسم خطوط الطول على شكل قطاعات ناقصة يمر كل منها بالقطبين وباحدى نقط التقسيم على الاستواء .

(تكون المساحات المحصورة بين خطوط الطول على المسقط مساوية للمساحات المناظرة على سطح الأرض)

٤ ـ ترسم خطوط العرض مستقيمة موازية للاستواء وعلى أبعاد منه تحقيق خاصية تساوى المساحات

وللتعرف على تلك الأبعاد :

(ا) نفرض أن الخط س ص المرسوم موازيا للاستواء فى شكل ١٩ يمثل خط العرض ϕ شمال الاستواء .



شكل ١٩

(ب) اذا رسمنا الدائرة التى تشترك مع القطع الناقص المحـــدد فى المركز (م) ونصف قطرها يساوى طول نصف المحور الأصغر للقطع $=\sqrt{2}$ س فإن هذه الدائرة تمثل خطى الطول ٩٠° شرق ، ٩٠° غرب الطول الأوسط .

(حـ) نفرض أن دائرة الطول ٩٠° تقطع الاستواء فى النقطتين حـ ، ى كما تقطع خط العرض ϕ الموازى للاستواء فى هـ ، و

ونفرض أن هـ م يصنع زاوية مقدرها θ مع خط الاستواء .

المساحة على الرسم بين خط العرض ϕ والاستواء = ضعف مساحة الشكل حـ ى و هـ

٢ ط س٢ جا ϕ = ٤ امثال الشكل حـ م ل هـ

٢ط نق٢جا ϕ = ٤ (مساحة القطاع حـ م هـ + مساحة المثلث هـ ل م)

$=$ ٤ ($\frac{1}{2}$ × θ × م هـ٢ × $\frac{\text{ط}}{180}$ + $\frac{1}{2}$ م ل × هـ ل)

$$= \text{٤} \left(\tfrac{1}{2} \times \theta \times \text{٢ نق}^{2} \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} + \tfrac{1}{2} \times \sqrt{\text{٢}}\,\text{نق جا}\,\theta \times \sqrt{\text{٢}}\,\text{نق جتا}\,\theta \right)$$

$$= \text{٤ نق}^{2} \left(\theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} + \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \right)$$

$$\text{ط جا}\,\phi = \text{٢}\,\theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} + \text{٢ جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta$$

$$\text{جا}\,\phi = \frac{\theta}{\text{٩٠}} + \frac{\text{جا ٢}\,\theta}{\text{ط}}$$

(ى) بعد ايجاد قيمة θ من العلاقة السابقة يرسم خط العرض بحيث يبعد عن خط الاستواء بمسافة م ل = م هـ جا θ

$$\text{م ل} = \sqrt{\text{٢}}\ \text{ى جا}\,\theta$$

الجدول الآتى يعطى قيم الزوايا θ المقابلة لقيم ϕ والتى يمكن الحصول عليها من حل المعادلة المذكورة فى (هـ) بيانيا . كما يعطى الجدول ايضا قيم أبعاد خطوط العرض عن خط الاستواء . ويعطى الجدول ايضا طول المسافة على خط العرض ϕ والتى تمثل ٩٠° طولية وهذه يمكن استخدامها لإيجاد المسافة على خطوط العرض لأى عدد من الدرجات الطولية .

العرض φ	θ			بعد خط العرض φ عن الاستواء $\sqrt{2}$ ٤٠٢ جا θ	طول مسافة على خط العرض φ تمثل ٩٠° طولية $\sqrt{2}$ ق جتا θ
٥°	٥٦´	٣°	= ٣٫٩٣٢°	٦١٨كم	٨٩٨٨
١٠	٥٢	٧	٧٫٨٦٦	١٢٣٦	٨٩٢٤
١٥	٤٩	١١	١١٫٨١٦	١٨٤٧	٨٨١٦
٢٠	٤٧	١٥	١٥٫٧٨٣	٢٤٥٢	٨٦٧٠
٢٠	٤٧	١٩	١٩٫٧٨٣	٣٠٥١	٨٤٧٨
٣٥	٥٠	٢٣	٢٣٫٨٣٣	٣٦٣٧	٨٢٣٦
٣٠	٥٥	٢٧	٢٧٫٩١٦	٤٢١٧	٧٩٥٦
٤٥	٠٤	٣٢	٣٢٫٠٦٦	٤٧٧٨	٧٦٣١
٤٥	١٨	٣٦	٣٦٫٣٠٠	٥٣٣٢	٧٢٦٢
٥٠	٣٨	٤٠	٤٠٫٦٣٣	٥٨٦٧	٦٨٣٥
٥٥	٠٥	٤٥	٤٥٫٠٨٣	٦٣٦٦	٦٣٥٧
٦٠	٤١	٤٩	٤٩٫٦٨٣	٦٨٩٧	٥٨٢٩
٦٥	٢٨	٥٤	٥٤٫٤٦٦	٧٣٣٢	٥٢٣٦
٧٠	٣٢	٥٩	٥٩٫٥٣٣	٧٧٦٥	٤٥٦٧
٧٥	٥٨	٦٤	٦٤٫٩٦٦	٨١٦٠	٣٨٠٩
٨٠	٥٥	٧٠	٧٠٫٩١٦	٨٥١٠	٢٩٤٣
٨٥	٠٤	٧٨	٧٨٫٠٦٦	٨٨١٠	١٨٦٠
٩٠	٠٠	٩٠	٩٠٫٠٠٠	٩٠٠٨	صفر

مثال

حساب الأبعاد الأساسية فى مسقط مولفايدى بمقياس ١ : ٥٠ مليون للعالم كله .

ن = ١٢ر٧٤سم

طول نصف المحور الأصغر للقطع المحددة = $\sqrt{٢}$ ق = ١٧ ر١٨ سم

طول نصف المحور الأكبر = ٣٦ر٠٢٤ سم

بعد خط العرض ١٠° عن الاستواء = $\frac{١٠٠٠٠٠٠ \times ١٢٣٦}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠}$ = ٢ر٤٧٢ سم

« « ٢٠ « « = $\frac{١٠٠٠٠٠٠ \times ٢٤٥٢}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠}$ = ٤ر٩٠٤سم

بعد خط العرض ٣٠° عن الاستواء = $\frac{١٠٠\ ٠٠٠٠ \times ٣٦٣٧}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠}$ = ٧ر٢٧٤سم

بعد خط العرض ٧٠° عن الاستواء = $\frac{١٠٠٠٠٠٠ \times ٧٧٦٥}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠}$ = ١٥ر٥٣٠سم

« « ٨٠° « « = $\frac{١٠٠\ ٠٠٠٠ \times ٨٥١٠}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠}$ = ١٧ر٠٢٠سم

طول مسافة على خط العرض ١٠° تمثل ١٨٠° طولية

= $\frac{١٠٠٠٠٠ \times ٢ \times ٨٩٢٤}{٥٠\ ٠٠٠\ ٠٠}$ = ٣٥ر٦٩٦سم

طول مسافة على خط العرض ٢٠° تمثل ١٨٠° طولية

$$= \frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} \times \text{٢} \times \text{٨٠٧٠}}{\text{٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠}} = \text{٣٤٫٦٨٠ سم}$$

طول مسافة على خط العرض ٢٠° تمثل ١٨٠° طولية

$$= \frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} \times \text{٢} \times \text{٨٢٣٦}}{\text{٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠}} = \text{٣٢٫٩٤٤ سم}$$

⋮ ⋮ ⋮ ⋮

طول مسافة على خط العرض ٧٠ تمثل ١٨٠° طولية

$$= \frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} \times \text{٢} \times \text{٤٥٦٧}}{\text{٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠}} = \text{١٨٫٢٦٨ سم}$$

طول مسافة على خط العرض ٨٠° تمثل ١٨٠° طولية

$$= \frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} \times \text{٢} \times \text{٢٩٤٣}}{\text{٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠}} = \text{١١٫٧٧٢ سم}$$

مثال

مسقط مولفايدى للمحيط الهادى بمقياس ١ : ١٠ مليون. خط الطول الأوسط ١٦٠° غرب وتمتد الخريطة من العرض ٧٠° شمال الى العرض ٧٠° جنوب ، كما تمتد من الطول ٧٠° غرب الى الطول ١١٠° شرق

نق = ٦٣٫٧٠ سم

والاتساع الطولى للخريطة ١٨٠° طولية

بعد خط العرض ٥° عن الاستواء $= \frac{\text{١٠٠ ٠٠٠} \times \text{٦١٨}}{\text{١٠ ٠٠٠ ٠٠٠}} = \text{٦٫١٨ سم}$

بعد خط العرض ١٠ عن الاستواء = ١٢٫٣٦ سم

» » ١٥ » » = ١٨٫٤٧ سم

» » ٢٠ » » = ٢٤٫٥٢ سم

طول مسافة على خط الاستواء تمثل ٩٠° طولية

= $\sqrt{٢}$ نق = ٩٠٫٠٠٨٥ سم

طول مسافة على خط العرض ٥° تمثل ٩٠° طولية

$$= \frac{١٠٠\ ٠٠٠ \times ٨٩٨٨}{١٠\ ٠٠٠\ ٠٠٠} = ٨٩٫٨٨ \text{ سم}$$

طول مسافة على خط العرض ١٠° تمثل ٩٠ طولية = ٨٩٫٢٤ سم

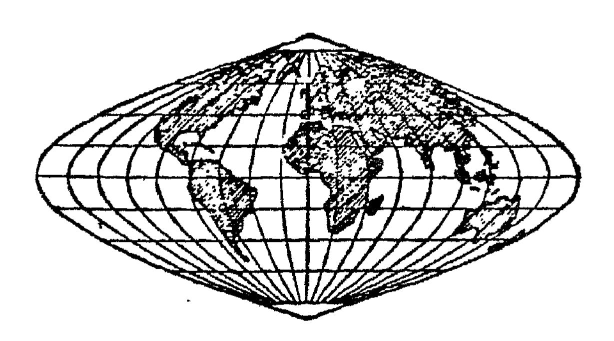
» » » » ١٥ » » » = ٨٨٫١٦ سم

» » » » ٢٠° » » » = ٨٦٫٧٠ سم

٣ — مسقط سانسون فلامستيد

(المسقط الجيبي)

يشترك هذا المسقط في بعض خصائص مسقط مولفايدي ويستخدم لنفس الأغراض التي يستخدم فيها مسقط مولفايدي ولكنه يتميز على مسقط مولفايدي بسهولة حساباته . ويتعرض مسقط سانسون فلامستيد لتشويه كبير في المناطق البعيدة عن المركز .



شكل ٢٠

العالم على مسقط سانسون فلامستيد

الخصائص الهندسية للهيكل الجغرافى

١ — المسقط متساوى المساحات

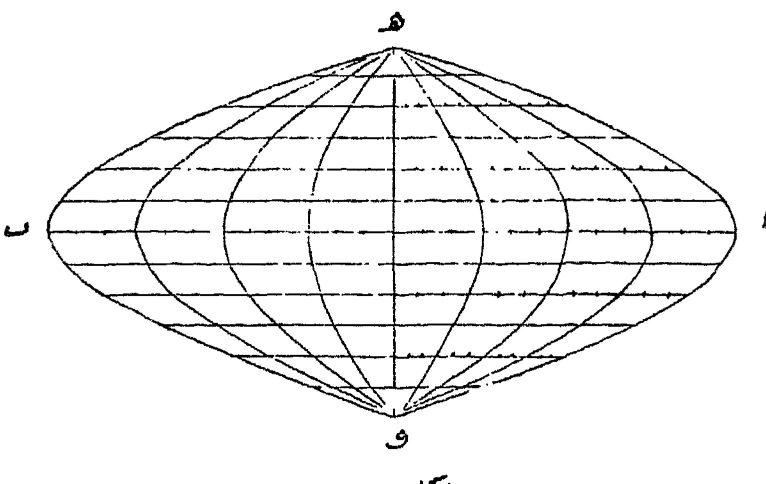
٢ — خطوط العرض مستقيمة ومتوازية وتبعد عن بعضها بنفس المسافات المتساوية التى تبعد بها على السطح الكروى للأرض

٣ — كل خط عرض يساوى فى طوله محيط دائرة العرض المناظرة على سطح الأرض

٤ — خطوط الطول على شكل منحنيات الجيب ما عدا خط الطول الأوسط فهو مستقيم عمودى على الاستواء

٥ — خط الطول الأوسط يساوى فى طوله ، أحد خطوط الطول الأصلية على سطح الأرض . أى يساوى نصف طول خط الاستواء المرسوم على الخريطة .

طريقة الإنشاء



شكل ٢١

١ — يرسم خط أفقي ا ب يمثل الاستواء طوله ٢ط نق = ٤٠٠٢٤ كيلومتر

٢ — يرسم خط رأسي هـ و عمودى على الاستواء عند منتصفه – يمثل الطول الأوسط وطوله ٢٠٠١٢ كيلومتر . هـ ، و تمثــلان القطبين وهما متساويتا البعد عن الاستواء .

٣ — يقسم الطول الأوسط الى اقسام متساوية تمثل كل نقطة تقسيم منها التقاطع مع أحد خطــوط العرض (١٢ قسما فى شكل ٢١ يمثل كل منها ١٥° عرضية)

٤ — ترسم خطوط العرض مستقيمه وموازية للاستواء وتمر بنقط التقسيم على خط الطول الأوسط ويكون طول كل خط منها مساويا طول الاستواء × جتا العرض وبالتساوى من كلا جانبى الطول الأوسط .

طول خط العرض ١٥° = طول الاستواء × جتا ١٥ = ٣٨٦٦٠ كيلومتر

« « « ٣٠ = « × جتا ٣٠ = ٣٤٦٦٢ «

طول خط العرض ٤٥ = » × جتا ٤٥ = ٢٨٣٠١ كيلو متر

» » » ٦٠ = ٢٠٠١٢ »

» » » ٧٥ = ١٠٣٥٦ »

٥ — يقسم كل خط عرض ان اقسام متساوية ، تمثل كل نقطة تقسيم منها التقاطع مع خط من خطوط الطول (٢٤ قسما فى شكل ٢١ يمثل كل منها ١٥° طولية)

٦ — نصل بين نقط التقسيم المتناظرة على خطوط العرض فتنتج خطوط الطول .

رسم مسقط سانسون فلامستيد بمقياس كبير

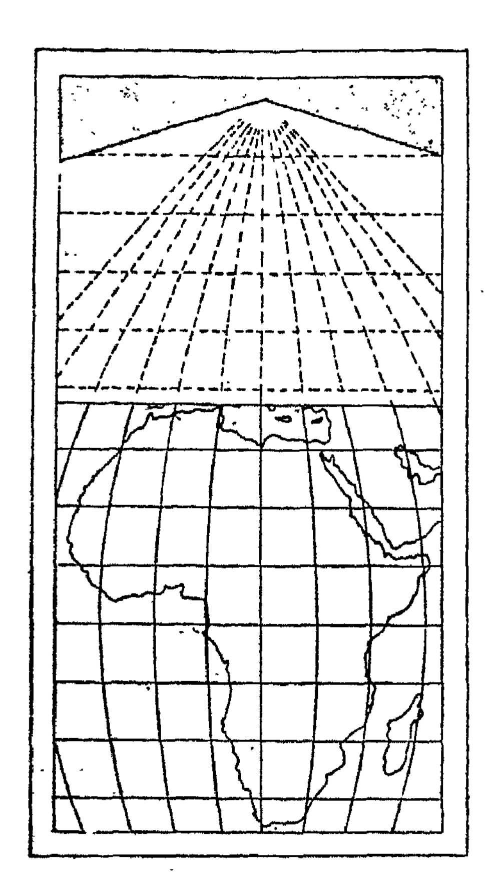
عند انشاء المسقط لجزء من العالم — بمقياس كبير — ترسم خطوط العرض طبقا لأطوالها الحقيقية وأبعادها الحقيقية عن بعضها ثم تقسم الى أقسام متساوية وفى النهاية نصل بين نقط التقسيم المتناظرة

مثال

مسقط سانسون فلامستيد لأفريقيا بمقياس ١ : ١٠ مليون فيه الطول الأوسط ٢٠° شرق ويمتد من الطول ٢٠° غرب الى ٦٠° شرق كما يمتد من العرض ٤٠° شمال الى ٤٠° جنوب .

نق = ٦٣٫٧٠ سم

الاتساع الطولى للخريطة = ٨٠° طولية



شكل ٢٢

افريقيا على مسقط سانسون فلامستيد

طول خط الاستواء على الخريطة = ٨٠ × ط/١٨٠ × ٦٣٧ر٧ =

٨٨٫٩٤٢ سم

طول خط العرض ١٠° « « = ٨٨٫٩٤٢ × جتا ١٠ = ٨٧٫٥٩١

« « « ٢٠° « « = ٨٨٫٩٤٢ × جتا ٢٠ = ٨٣٫٥٧٨

« « « ٣٠° « « = ٨٨٫٩٤٢ × جتا ٣٠ = ٧٧٫٠٢٦

« « « ٤٠° « « = ٨٨٫٩٤٢ × جتا ٤٠ = ٦٨٫١٣٤

طول خط الطول الأوسط من العرض ٤٠° شمال الى العرض ٤٠° جنوب

= ٨٠ × ط/١٨٠ × ٦٣،٧٠ = ٨٨،٩٤٢ كم

يقسم خط الطول الأوسط الى اقسام متساوية

٤ — مسقط كافرايسكى

يتلافى هذا المسقط التشويه الزائد الذى يظهر فى مسقط مولفايدى وايضا فى مسقط سانسون فلامستيد بعيدا عن مركز الخريطة . ويستخدم لتمثيل العالم على لوحة واحدة كما يستخدم أيضا لخرائط أجزاء من العالم لا يدخل فيها المنطقتين القطبيتين

الخصائص الهندسية للهيكل الجغرافى

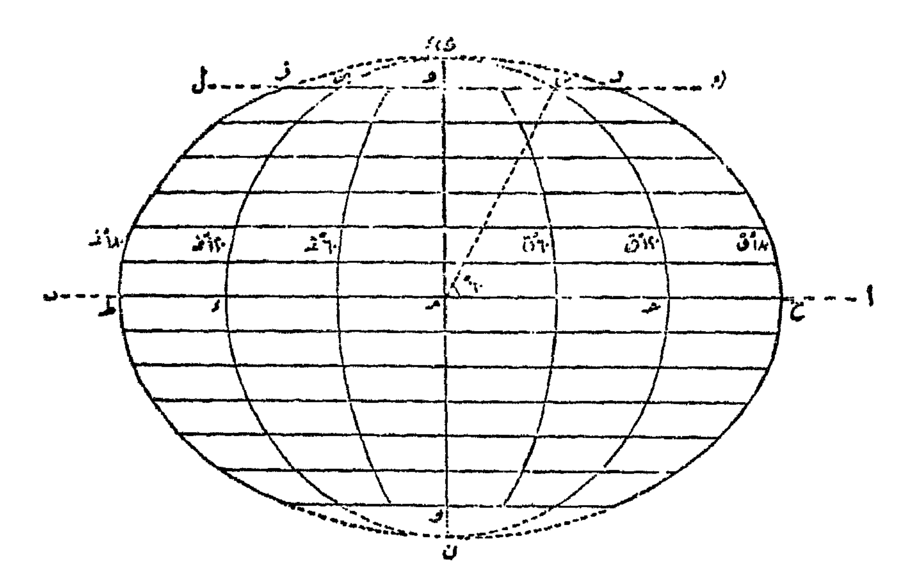
١ — خطوط العرض مستقيمة ومتوازية وتبعد عن بعضها بنفس المسافات التى تبعد بها على السطح الكروى للأرض .

٢ — خطوط الطول على شكل قطاعات ناقصة ماعدا الطول الأوسط فهو على شكل مستقيم عمودى على الاستواء . وخط الطول الذى يبعد ١٢٠° عن الطول الاوسط على شكل دائرة مركزها هو مركز الخريطة .

٣ — خط الطول الأوسط هو الخط الوحيد فى المسقط الذى يساوى طوله الحقيقى على سطح الأرض

٤ — القطب يمثل بخط مستقيم موازى للاستواء ولذلك يتزايد التشويه كلما اقتربنا من القطب

طريقة الإنشاء



شكل ٢٣

١ — يرسم خط أفقى ا ب يمثل جزء منه (يتحدد فيما بعد) خط الاستواء

٢ — عند مركز الخريطة م الواقعة على ا ب يرسم خط رأسى هـ و عمودى على ا ب يمثل الطول الأوسط .

طول هـ و يسارى المسافة بين القطبين على سطح الارض

هـ و = ط ب = ٢٠٠١٢ كيلومتر

يقسم هـ و الى اقسام متساوية (١٢ قسما فى شكل ٢٣ وكل قسم يمثل ١٥° عرضية)

٣ — عند النقطة هـ يرسم خط مستقيم ك ل يوازى الاستواء .

وجزء من ك ل (يتحدد فيما بعد) يمثل القطب

ويكرر نفس العمل عند النقطة و

٤ - يرسم مستقيم يمر بالمركز م ويصنع زاوية ٦٠° مع الاستواء ليقابل ك ل عند نقطة س .

نقطة س تمثل تقاطع خط الطول ١٢٠° شرق الطول الأوسط مع خط القطب

٥ — من المركز م وبنصف قطر يساوي م س نرسم دائرة . جـزءا هذه الدائرة المحصوران بين القطبين يمثلان خطي الطول ١٢٠° شرق ، ١٢٠° غرب الطول الأوسط .

هذه الدائرة تقطع الاستـواء ا ب في نقطتي هـ ، و

وتقطع القطب الشمالي ك ل في نقطتي س ، ص

وتقطع امتداد الطول الأوسط هـ و في نقطتي ى ، ن

٦ — عين النقطتين ح ، ط على المستقيم ا ب تمثـلان نهايتي الاستواء بحيث تكون م ح = $\frac{٣}{٢}$ م هـ

(يصبح طول الاستواء ح ط ٣ أمثال م هـ = ٣ م س

طول الاستواء = ٣ م هـ قتا ٦٠°

= ٣ × $\frac{١}{٢}$ ط س × قتا ٦٠ = ٣٤٦٦٢ كيلو متر)

٧ — عين النقطتين ر ، ز على الخط ك ل تمثـلان نهايتي القطب الشمالي بحيث تكون هـ ر = هـ ز = $\frac{٣}{٢}$ هـ س

(يصبح طول خط القطب ٣ أمثال هـ س

طول القطب = ٣ م هـ ظتا ٦٠°

= ٣ × $\frac{١}{٢}$ ط س × ظتا ٦٠ = ١٧٣٣١ كيلو متر)

وطول القطب يعادل نصف طول الاستواء

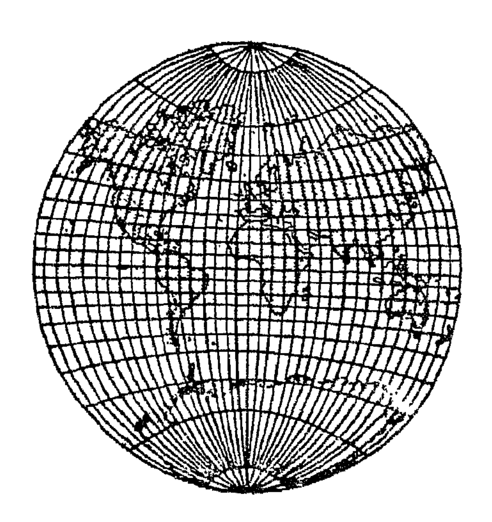
٨ — يقسم ح ط إلى أقسام الطول المتساوية .

٩ . ترسم القطاعات الناقصة التي تمثل خطوط الطول والتي تشترك في المحور ى ن ويمر كل قطاع منها بنقطتين متماثلتين من نقط تقسيم الاستواء ح ط .

١٠ — ترسم خطوط العرض مستقيمة ومتوازية ويمر كل منهـــا بإحدى نقط تقسيم خط الطول الأوسط هـ و .

٥ — مسقط فاندرجرينتن

ولو أن هذا المسقط قليـل الاستخدام إلا أنه يعطى تمثيلا جيـــدا للعـالم الأرضية . فهو يتلافى التضاغط المتزايد للعالم في المنـاطق القطبية والذى يشاهد في مسقط مولفايدى ومسقط سانسون فلامستيد ؛ كما يتلافى التبـــاعد المتزايد للعالم في المناطق القطبية في مسقط كافرايسكى .



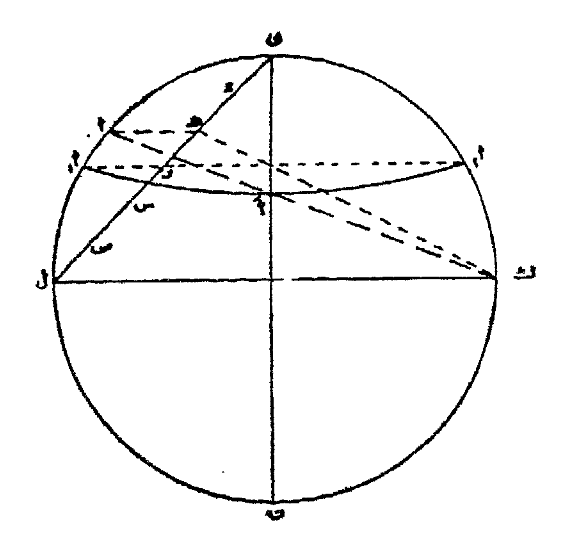
شكل ٢٤

العالم على مسقط فاندرجرينتن

ومن مميزات هذا المسقط على المساقط السالفة الذكر الخاصة برسم العالم أن دوائر الطول تظهر على شكل أقواس دوائر وليست على شكل قطاعات وأقواس الدوائر على المسقط أقرب إلى الشكل الحقيقي لها على سطح الأرض .

لايتميز هذا المسقط بأى من الخصائص الهندسية مثل تساوى المساحات أو غيرها ، ولكنه يتميز بسهولة الرسم .

طريقة الإنشاء



شكل ٢٥

١ — ترسم دائرة نصف قطرها يساوى قطر الأرض = ١٢٧٤٠ كيلو متر .

٢ — يرسم القطر الأفقى ك ل يمثل الاستواء ويرسم القطر الرأسى ن ى يمثل خط الطول الأوسط . وتكون ن ، ى نقطتى القطبين .

٣ — يقسم الاستواء إلى أقسام متساوية . وتمثل كل نقطة تقسيم تقاطع الاستواء مع خط من خطوط الطول .

٤ — ترسم خطوط الطول على شكل أقواس دوائر تمر بالقطبين وبنقط التقسيم على خط الاستواء .

٥ — ترسم دوائر العرض على شكل أقواس دوائر مركزها على خط الطول الأوسط أو امتداده وبحيث يمر كل قوس منها بثلاثة نقط مثل (ا َ ، ا١ ، ا٢) يتم تحديدها كما يلى :

(ا) يقسم ى ل إلى عدد من الأقسام المتساوية عند النقط و ، هـ ، و ، س ، ص ... بحسب عدد دوائر العرض المطلوب رسمها .

(ب) من كل نقطة تقسيم يرسم خط يوازى القطر ك ل . كل من تلك الموازيات يقطع محيط الدائرة فى نقطة قريبه . (فى شكل ٢٥ الموازى من نقطة هـ يقطع محيط الدائرة فى ا) .

(حـ) نصل النقطة ك بالنقطة ا (وكذلك بباقى النقط على المحيط) فيقطع هذا الخط ك ا القطر الرأسى ى ن فى نقطة ا َ (كما تنتج أيضا نقط مماثلة) .

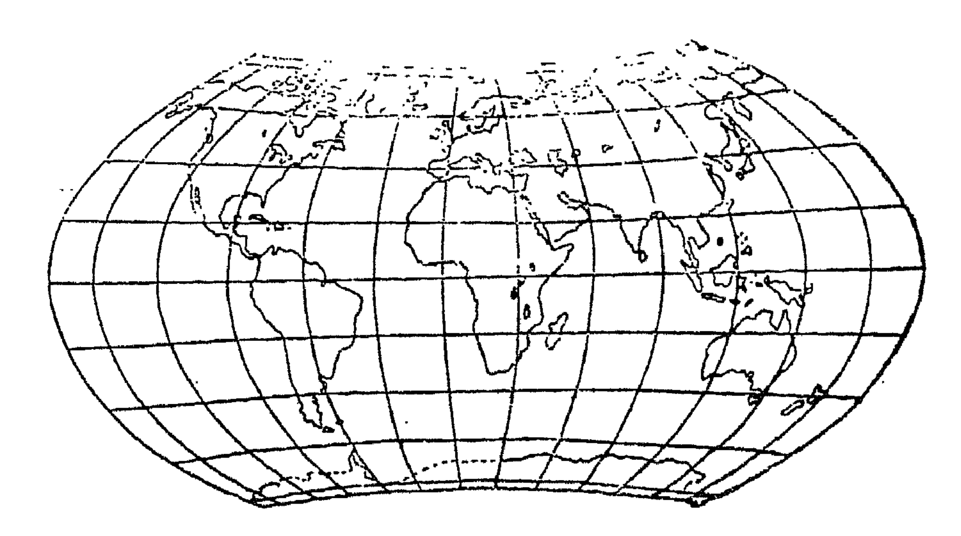
(ء) نصل النقطة ك بالنقطة هـ (وكذلك بباقى النقط المماثلة) ومن نقطة تقاطع ك هـ مع القطر الرأسى ى ن نرسم خطا افقيا موازيا للإستواء يقطع محيط الدائرة فى ا١ ، ا٢ .

(هـ) يحدد قوس الدائرة ا١ ا َ ا٢ دائرة العرض المطلوبة (٦٠° فى شكل ٢٥) .

٦ — مساقط معدلة أخــرى

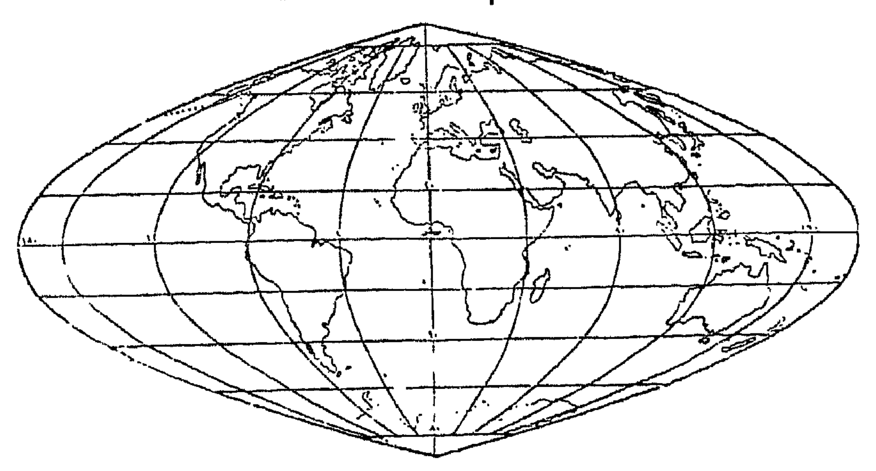
صممت مساقط أخرى لتمثل العالم كله فى صور أحسن من المساقط السابق ذكرها . ولكن مازالت المساقط المذكورة وهى الكروى ومولفايدى وسانصون فلامستيد تحظى بشهرة كبيرة .

تبين الأشكال الآتية بعض المساقط المعدلة

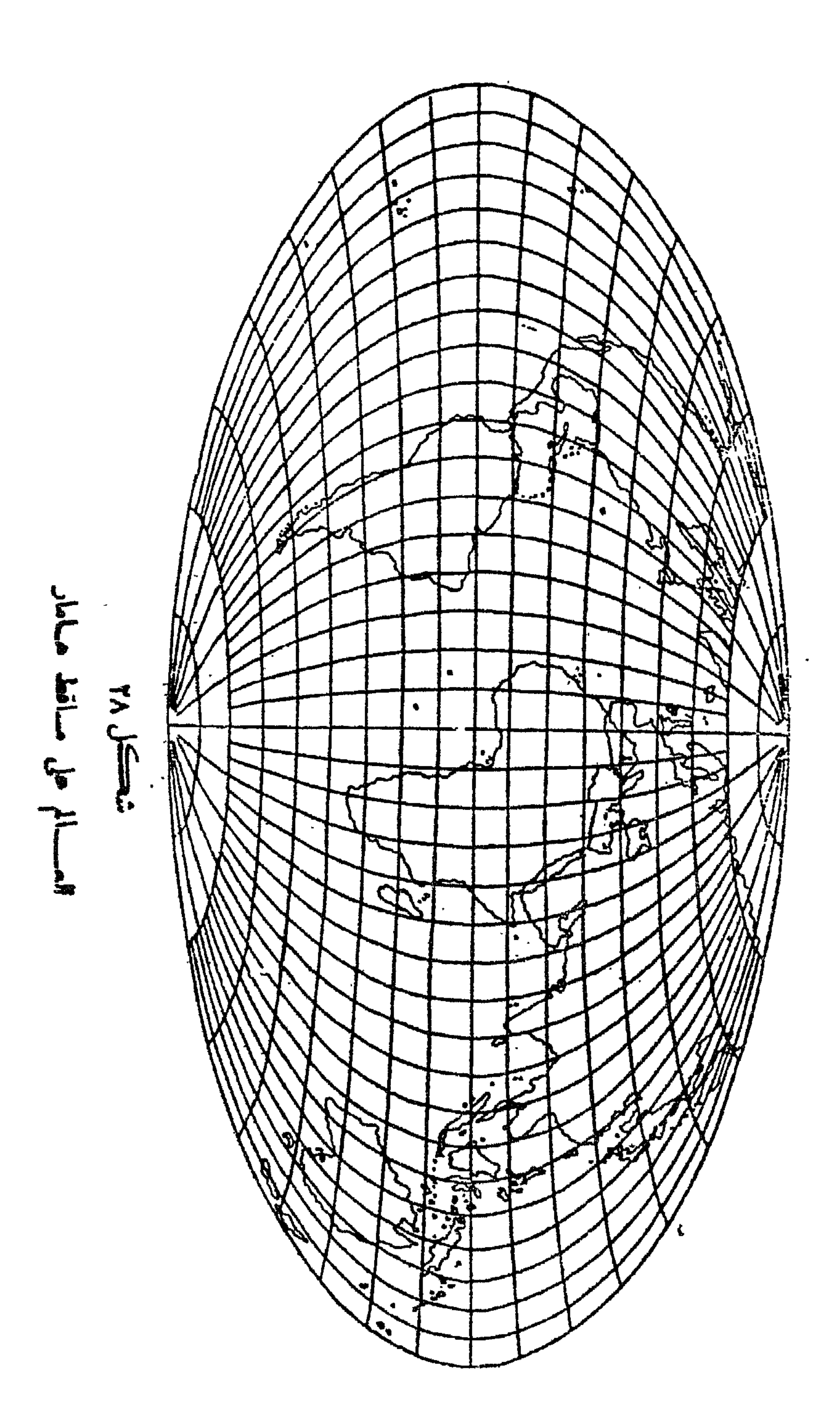


شكل ٢٦

العالم على مسقط وينكل



شكل ٢٧



شكل ٢٨

العالم على مساقط هامار

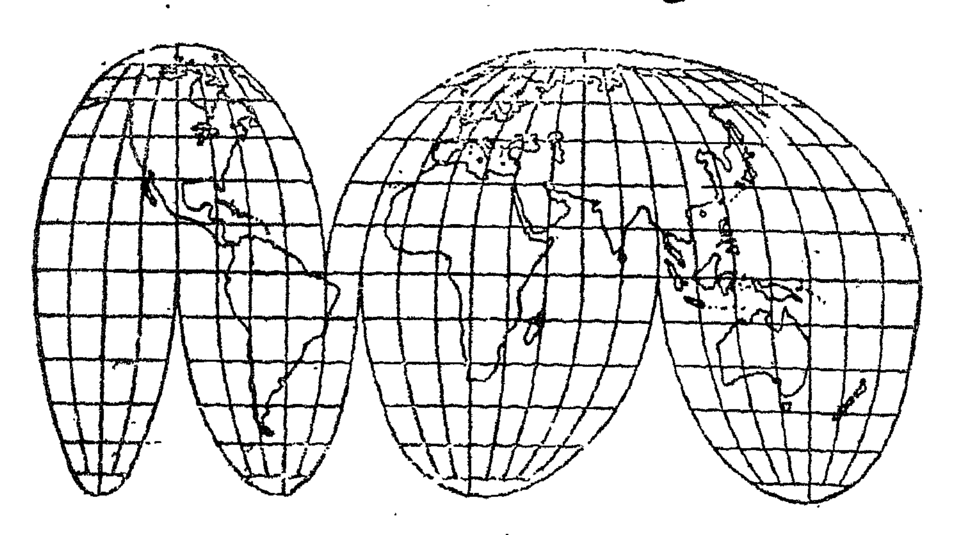
٧ — المساقط المتقطعة

يمكن قطع المسقط الذى يمثل العالم كله والذى تظهر فيه خطـــوط العرض خطوطا مستقيمة مثل مسقط مولفايدى ومسقط سانسون فلامستيد لأنه كما ذكرنا وكما يتضح من أشكال تلك المساقط بوجد تشويه كبير يتزايد مع الابتعاد عن مركز الخريطه .

يتم قطع المسقط على نصف خط من خطوط الطول — النصف الشمالى أو النصف الجنوبى .

وسيبقى خط الاستواء وحدة كاملة تصل اجزاء العالم ببعضها . عند بيان القارات فى هذه الحالة يتم قطع المسقط على خطوط الطول التى تمر فى المحيطات وعند بيان المحيطات يتم قطع المسقط على خطوط الطول التى تمر فى القارات

يحسن عدم قطع المسقط على خط الطول كله شمال وجنوب الاستواء إذ أن ذلك يبين الشكل الناتج وكأنه مسقطين متجاورين ويغير من الشكل المتكامل للمسقط .

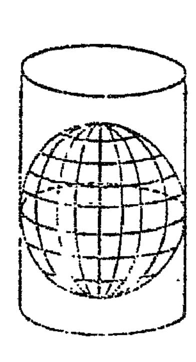
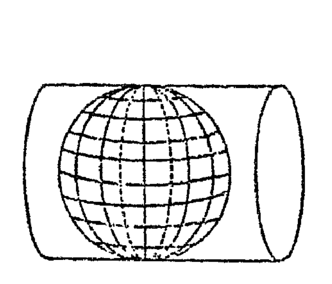
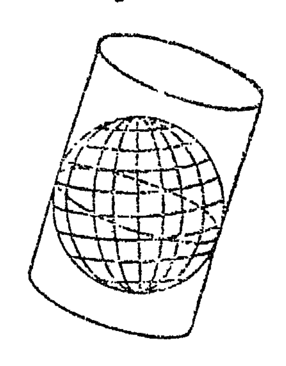


شكل ٢٩
مسقط مولفايدى المتقطع

الباب الخامس

المساقط الإسطوانية

فى هذه المجموعة من المساقط نبدأ بأسطوانه تمس الكرة الأرضية حول دائرة عظمى يمر مستواها بمركز الكرة الأرضية .

شــكل ٣٠

هذه الاسطوانه قد تمس الأرض حول الاستواء وهى الحاله الشائعه ، وقد تمس الاسطوانة سطح الأرض حول احد خطوط الطول ويسمى المسقط الناتج فى هذه الحالة « مسقط اسطوانى مستعرض » وقد يكون التماس حول أى دائرة عظمى وعندئذ يسمى المسقط الناتج « مسقط اسطوانى منحرف » .

فى كل مسقط اسطوانى تكون دائرة التماس على الخريطة مطابقة تماما لنفس الدائرة على سطح الأرض .

١ - المسقط الاسطوانى البسيط

هذا المسقط قليل الإستخدام ولكنه يوضح طريقة إنشاء أى مسقط اسطوانى . والمساقط الاسطوانية عامة تتفق مع بعضها فى أن خطوط العرض

شكل ٣١

العالم على مسقط اسطوانى بسيط

على المسقط تساوى فى أطوالها خط الاستواء . ومن هنا يتبين التشويه المتزايد الناتج مع الابتعاد عن الاستواء شمالا وجنوبا .

طـــريقة الرسم

ترسم شبكة من المربعات داخل مستطيل طوله يساوى طول خط الاستواء أى ٢ ط نق = ٤٠٠٢٤ كيلومتر وعرض المستطيل يساوى طـــول أحد خطوط الطول = ٢٠٠١٢ كيلو متر .

٢ ـــ المسقط الاسطوانى متساوى المساحات

يشبه هذا المسقط الى حد ما المسقط الاســـطوانى البسيط ولكنه يتميز عليه بخاصية تساوى المساحات . والمسافات بين خـــطوط الطول متساوية وتساوى المسافات المناظرة على خط الاستواء الأرضى ويتم التحكم فى المسافات بين خطوط العرض حتى تكون المساحات على المسقط مساوية للمساحات المناظرة على سطح الارض .

يستخدم هذا المسقط فى خرائط التوزيعات لمناطق مـــن العالم يتوسطها الاستواء .

ويتميز بسهولة إنشائه .

طريقة الإنشاء

١ ـــ يرسم خط أفقى يمثل الاستواء طوله ٢ ط س = ٤٠٠٢٤ كيلومتر

٢ ـــ يقسم الاستواء الى اقسام متساوية ، تمثل كل نقطة تقسيم منها تقاطع خط الاستواء مع احد خطوط الطول

شكل ٣٢

الهيكل الجغرافي لمسقط اسطواني متساوي المساحات

٣ — لما كانت مساحة منطقة على سطح الأرض بين الاستواء والعرض φ = ٢ ط نق جا φ وهذه تساوى مساحة المستطيل المناظر على المسقط وطوله يساوى طول الاستواء = ٢ ط نق

∴ عرض المستطيل أى بعد العرض φ عن الاستواء = (٢ط نق جا φ) / (٢ط نق)

= نق جا φ

وعلى تلك الأبعاد ترسم خطوط العرض

مثال : مسقط اسطوانى متساوى المساحات للعالم كله بمقياس ١ : ٢٠٠ مليون

نق = ٣٫١٨٥ سم

طول الاستواء = ٢ ط نق = ٢٠٫٠١٢ سم

بعد العرض ١٠° عن الاستواء = نق جا ١٠ = ٠٫٥٥٣ سم

« « ٢٠° « « = نق جا ٢٠ = ١٫٠٨٩ سم

« « ٣٠° « « = نق جا ٣٠ = ١٫٥٩٣ «

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

« « ٧٠° « « = نق جا ٧٠ = ٢٫٩٩٣ «

« « ٨٠° « « = نق جا ٩٠ = ٣٫١٨٥ «

٣ — المسقط الأسطوانى التشابهى
أو
مسقط مركيتور

هو أول مسقط تم تصميمه فى صورة علمية . وهو أهم مسقط فى المجموعة الاسطوانية وأكبر المساقط شهرة وهو الوحيد المستخدم فى خرائط الملاحة .

صمم جيراردوس مركيتور هذا المسقط ليعطى للملاحين خريطة تسهل لهم التعرف على خطوط السير بالبحار

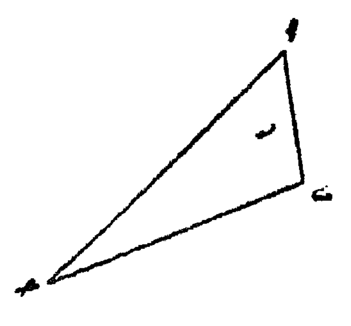
ولما كان الخط المستقيم هو أسهل الخطوط التى يمكن رسمها بين مكانين على الخريطة ، لذلك صمم مركيتور مسقطه بحيث أن الخط المستقيم المرسوم عليه يمثل خط اتجاه ثابت — وبذلك توصل إلى أن خطوط الطول وهى التى تحدد اتجاه الشمال لابد وأن تظهر على المسقط مستقيمه ومتوازية .

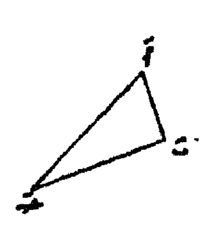
وبلغة المساقط يكون المسقط اسطوانيا :

خاصية التشابه

تتحقق هذه الخاصية فى هذا المسقط وفى مساقط أخرى أيضا .

والتشابه الهندسى فى المساقط هو تشابه شكل منطقة صغيرة من سطح الخريطة مع شكل المنطقة المناظرة على سطح الأرض .

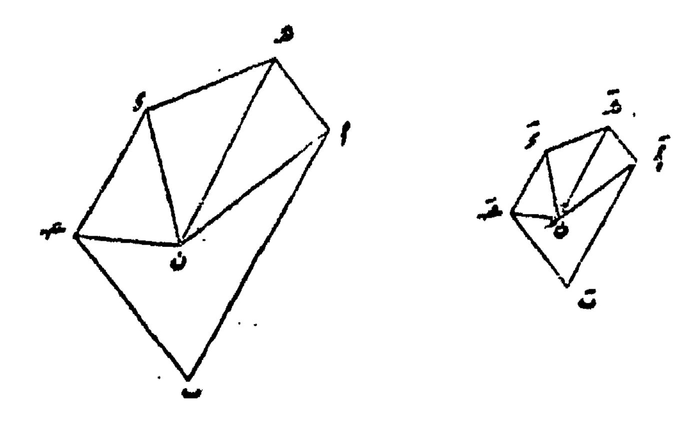




شكل ٢٢

يتشابه المثلثان ا ب حـ ، اَ بَ حـَ إذا تساوت الزوايا فيهما . وفى هذه الحالة تتناسب الأضلاع المتناظرة ويكون

$$\frac{\text{اَ بَ}}{\text{ا ب}} = \frac{\text{بَ حـَ}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{حـَ اَ}}{\text{حـ ا}}$$



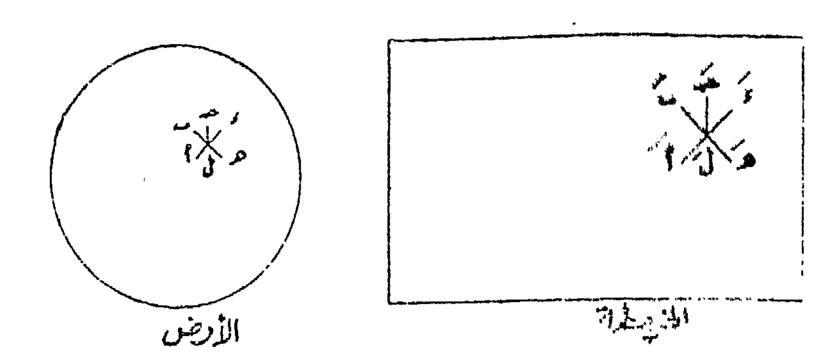
شكل ٣٤

وعندما يتشابه المضلعان ا ب حـ ء هـ ، اَ بَ حـَ ءَ هـَ تتساوى الزوايا المتناظرة .

كذلك لو أخذت نقطتان فى كل مضلع منها مثل ن ، نَ وكانتا فى موضعين متناظرين بالنسبة للمضلعين تكون الزوايا بين ن ا ، ن ب ، ن حـ ، ن ء ... مساوية للزوايا بين نَ اَ ، نَ بَ ، نَ حـَ ، نَ ءَ ...

ويكون

$$\frac{\text{نَ اَ}}{\text{ن ا}} = \frac{\text{نَ بَ}}{\text{ن ب}} = \frac{\text{نَ حـَ}}{\text{ن حـ}} = \ldots$$



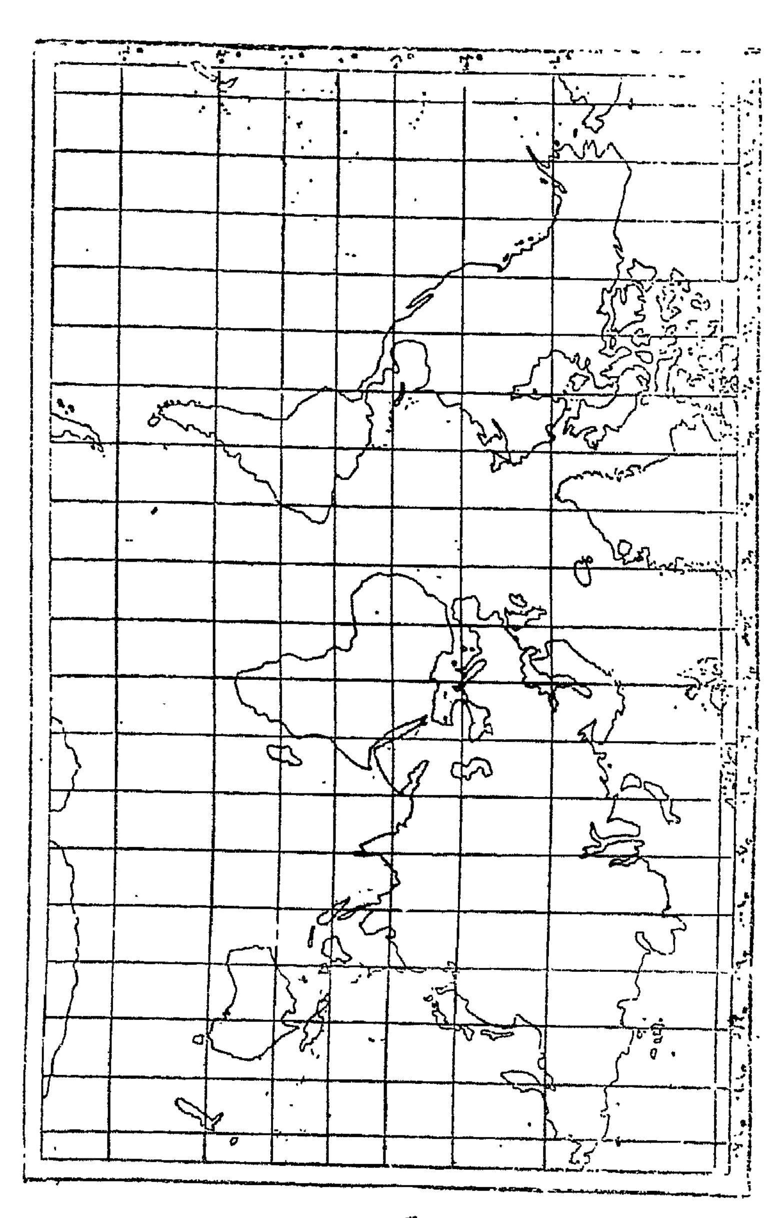
شكل ٣٥

وعندما تتشابه منطقة من سطح الأرض عند النقطة ل مع المنطقة المناظرة من سطح الخريطـــة عند النقطة لَ ، تكون الزوايا المرسومة عند ل على سطح الأرض مساوية للزوايا المناظرة المرسومة عند لَ على سطح الخريطة .

$$\text{ويكون}\quad \frac{\text{لَ أَ}}{\text{ل أ}} = \frac{\text{لَ بَ}}{\text{ل ب}} = \frac{\text{أَ هـَ}}{\text{ل هـ}} = \ldots$$

طريقة الإنشاء

كما يتبين من اسم المسقط « اسطوانى » يتكون الهيكل الجغرافى من مجموعتين من الخطوط المتوازية المتعامدة . المجموعة الأولى تمثل خطوط الطول وتكون على أبعاد من بعضها تساوى أبعادهـــا الحقيقية على خط الاستواء الارضى . والمجموعة الثانية تمثل خطوط العرض وتكون متعامدة مع مجموعة خطوط الطول . وكما يتبين من اسم المسقط «تشابهى» يلزم أن تتشابه المنـــاطق الصغيرة من سطح الخريطة مع المنـــاطق المنـاظرة من سطح الأرض . وهذه الخاصيـة التى تعنى تساوى الزوايا المتناظرة وأيضـا تنـاسب الأضلاع المتناظرة تحدد أماكن خطوط العرض .



شكل ٣٦

العالم على مسقط مركيتور

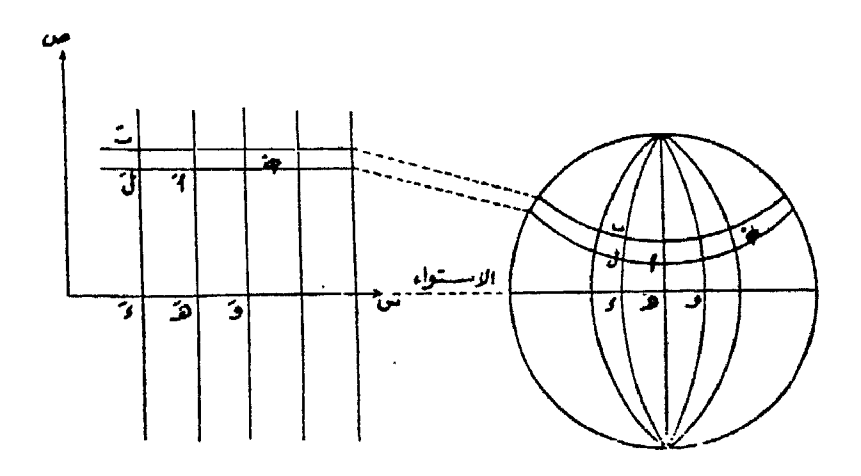
أولا : خطوط الطول

١ — يرسم خط أفقى يمثل الاستواء وطوله = ٢ ط نق = ٤٠٠٢٤ كيلومتر

٢ — يقسم الاستواء الى عدد من الاقسام المتساوية ، تمثل كل نقطة تقسيم منها تقاطع خط الاستواء مع أحد خطوط الطول .

٣ — ترسم خطوط الطول مارة بنقط تقسيم خط الاستواء وعمودية عليه

ثانيا : خطوط العرض



شكل ٢٧

لايجاد البعد على المسقط بين خط العرض φ وخط الاستواء أن نفرض هذا البعد = ص

ل ، م نقطتان على دائرة العرض φ وتبعدان عن بعضها بزاوية طول صغيرة مقدارها Δ λ

ب نقطة على خط طول ل وتبعد عن ل بزاوية عرض صغيرة مقدارها Δ φ

نفرض أن لَ ، مَ ، بَ هى مساقط ل ، م ، ب على الخريطة .

Converted by Tiff Combine - (no stamps are applied by registered version)

نفرض أن ل َ ، ا َ تبعدان عن بعضها بمسافة Δ س

« « « « ل َ ، ب َ « « « « Δ ص

للتشابه بين الخريطة والأرض يكون

$$\frac{\text{ل َ ب َ}}{\text{ل ب}} = \frac{\text{ل َ ا َ}}{\text{ل ا}} \qquad (1)$$

$$\text{ل َ ا َ} = \text{هـ َ ء َ} = \text{هـ ء} = \text{نق}\ \Delta\ \lambda$$

كذلك ل ا = نق جتا ϕ . Δ λ

وأيضا ل ب = نق . Δ ϕ

وبالتعويض من العلاقات الثلاثة السابقة فى العلاقة (١)

$$\frac{\Delta\ \text{ص}}{\text{نق}\ \Delta\ \phi} = \frac{\text{نق}\ .\ \Delta\ \lambda}{\text{نق جتا}\ \phi\ .\ \Delta\ \lambda}$$

$$\Delta\ \text{ص} = \text{نق قا}\ \phi\ \Delta\ \phi$$

باتخاذ الاستواء على الخريطة محورا للسينات وأى خط من خطوط الطول محورا للصادات وبإجراء التكامل .

$$\int_{0}^{\text{ص}} \text{ء ص} = \int_{0}^{\phi} \text{نق قا}\ \phi\ \text{ء}\ \phi$$

$$\text{ص} = \text{نق لو}_{\text{هـ}}\ \text{ظا}\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) = \text{نق لو}_{\text{هـ}}\ (\text{قا}\phi + \text{ظا}\phi)$$

وبالطبع س = نق . λ

ولحساب مسقط مركيتور لمنطقة من سطح الأرض بعيدة عن الاستواء نجد أن جميع الأطوال على المسقط أكبر بكثير من الأطوال المناظرة على سطح الأرض لذلك من المعتاد تصغير حجم الخريطة بنسبة جيب تمام العرض الأوسط للمنطقة وعندئذ تقترب الأطوال على المسقط من القيم الحقيقية لها على سطح الأرض .

مثال

لإيجاد أبعاد خريطة بمسقط مركيتور لمنطقة من سطح الأرض يحدها شمالا العرض ٥٨° شمالا ويحدها جنوبا العرض ٣٦° شمال . كما يحدها شرقا الطول ١٠° غرب ويحدها غربا الطول ٤٨° غرب . والمقياس ١ : ٢ مليون

الاتساع الطولى = ٤٨ − ١٠ = ٣٨° طولية

$$\text{العرض الأوسط} = \frac{٥٨ + ٣٦}{٢} = ٤٧°$$

نق = ٣١٨٫٥٠ سم

$$\text{امتداد الخريطة مع درجات الطول} = \text{نق} \cdot \Delta\lambda \cdot \frac{ط}{١٨٠} \cdot \text{جتا}٤٧°$$

= ١٤٤٫٠٦٣ سم

المسافة المركيتورية من الاستواء الى العرض ٥٨° شمال

$$= \text{نق لو}_{هـ} \text{ظا} (٤٥ + \frac{٥٨}{٢}) = ٣٩٧٫٨٥٨ \text{ سم}$$

المسافة المركيتورية من الاستواء الى العرض ٣٦° شمال

$$= \text{نق لو}_{هـ} \text{ظا} (٤٥ + \frac{٣٦}{٢}) = ٢١٤٫٧٥٧ \text{ سم}$$

امتداد الخريطة مع درجات العرض

$$= (٣٩٧٫٨٥٨ - ٢١٤٫٧٥٧) \text{ جتا } ٤٧° = ١٢٤٫٨٧٤ \text{ سم}$$

الباب السادس

المساقط الاتجاهية

ترسم هذه المساقط على سطح مستوى يمس الكرة الأرضية عند نقطة محددة. وعادة يتم اختيار نقطة التماس بحيث تتوسط المنطقة المطلوب بيانها على الخريطة. وفى أغراض خاصة ، كما فى خرائط تحديد الاتجاهات اللاسلكية مثلا ، تكون نقطة التماس عند موقع جغرافى محدد هو موقع محطة الارسال اللاسلكى .

تسمى نقطه تماس سطح الخريطة مع سطح الأرض مركز الخريطة .

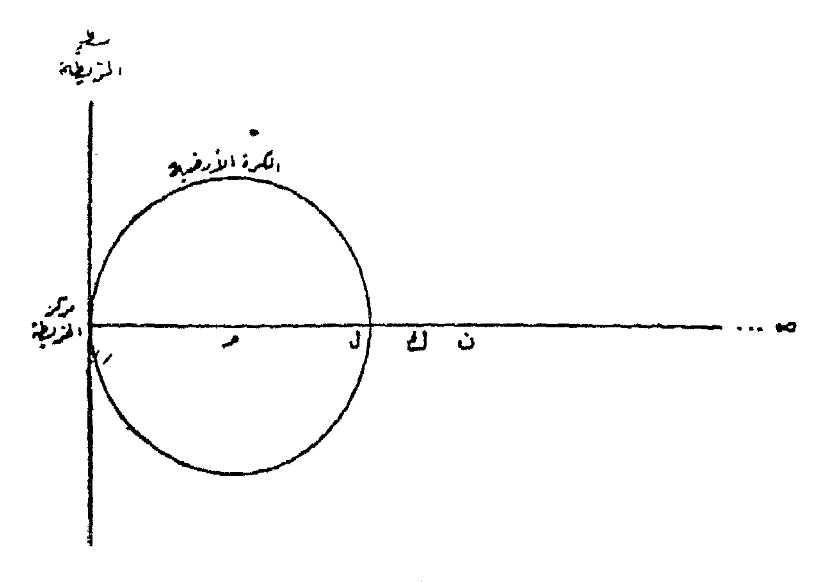
تنقسم المساقط الاتجاهية إلى قسمين رئيسيين : منظور وغير منظور . والقسم المنظور منها يوضح صورة الإسقاط من سطح الأرض الى سطح الخريطة

أولا : المساقط الاتجاهية المنظورة

نتصور أن سطح الأرض جسم شفاف تنفذ منه الأشعة الضوئية .

ويوجد هناك مصـــدر ضوئى مشع تنفذ أشعته من سطح الأرض وتسقط على السطح المستوى المطلوب الإسقاط عليه وتترك ظـــلالا تمثل شبكة خطوط الطول والعرض .

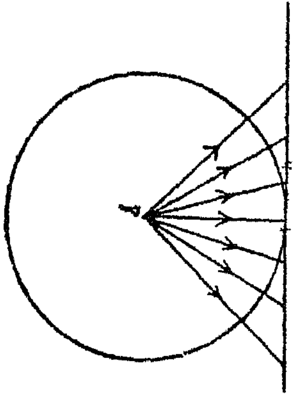
فى جميع حالات المساقط الاتجاهية المنظورة تكون نقطة الاشعاع ، وتسمى مركز الاسقاط ، احدى نقط القطر الذى يمر بمركز الخريطه . وفى كل مرة يأخذ مركز الاسقاط موضعا معينا ، ينتج مسقط له خصائص مميزة .



شكل ٣٨

هناك ثلاثة حالات رئيسية للمساقط الاتجاهية المنظورة (بالإضافة إلى حالات أخرى) نذكرها فيما يلي

الحالة الأولى

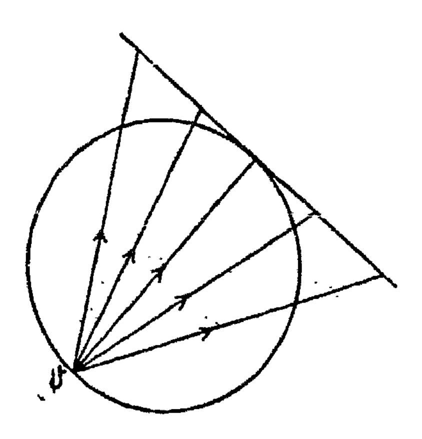


شكل ٣٩

اسقاط مركزى

يكون مركز الاسقاط عند مركز الكرة الأرضية (م) ويسمى للمسقط الناتج مسقط مركزى

الحالة الثانية :

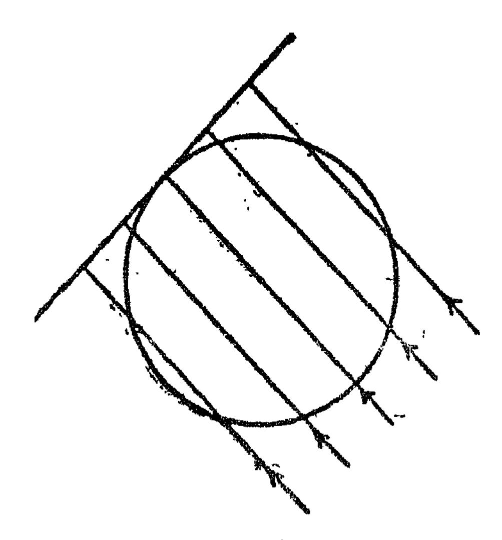


شكل ٤٠

اسقاط استريوجراف

يكون مركز الاسقاط عند النهاية الاخرى (ل) للقطر الذى يمر بمركز الخريطة.
ويسمى المسقط الناتج مسقط مجسم أو استريوجراف

الحالة الثالثة :



شكل ٤١

اسقاط أورثوجراف

يكون مركز الاسقـــاط على امتداد القطر الذى يمر بمركز الخريطة وعلى مسافة لانهائية . ويسمى المسقط الناتج مسقط صحيح أو اورثوجرافى

الحالة الرابعة

يكون مركز الاسقاط عندنقطة(ك) شكل -٣٨- التى تبعد عن مركز الارض بمسافة ك م = ١ر٣٦٧ نق

ويسمى المسقط الناتج مسقط هنرى جيمس .

الحالة الخامسة

يكون مركز الاسقاط عند نقطة (ن) - شكل ٣٨ - التى تبعد عن مركز الأرض بمسافة ن م = ١ر٧١ نق

ويسمى المسقط الناتج مسقط لاهير

ثانيا : المساقط الاتجاهية الغير منظورة

فى هذه المساقط تنقل المعالم الجغرافية من سطح الأرض الى سطح الخريطة طبقا لإحدى القاعدتين الآتيتين :

الحالة الأولى

تكون المسافة على الخريطة بين أى موقع ومركز الخريطة مساوية للمسافة على سطح الارض بين نظير هذا الموقع ومركز الخريطة .

ويسمى المسقط الناتج مسقط اتجاهى متساوى المسافات

الحالة الثانية

تكون المساحة على الخريطة لمنطقة معينة مســـاوية للمساحة المناظرة على سطح الارض .

ويسمى المسقط الناتج مسقط اتجاهى متساوى المساحات

تحتاج دراسة بعض المساقط الاتجاهية الى معرفة رياضيـة أعلى من مستوى

الدراسة فى هذا الكتاب . ولذلك سوف لا تتطرق دراسة المساقط الاتجاهية الى الحالات التى تحتاج الى رياضيات معقدة . وسنركز فى بعض الحالات الطريقة البيانية لرسم المسقط وهى الطريقة التى لا تعتمد على الحسابات المطولة بقدر ما تعتمد على الدقة فى الرسم .

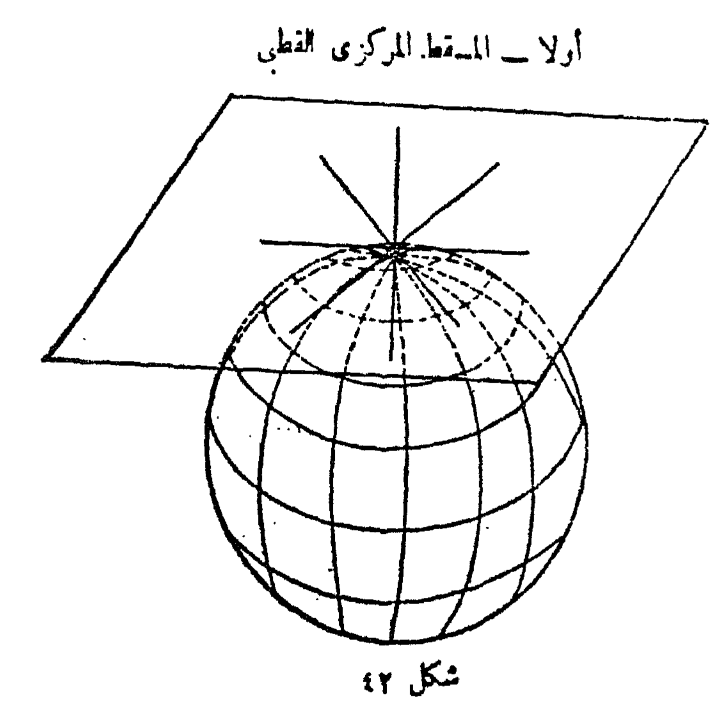
١ — المسقط المركزى

يستخدم المسقط المركزى فى خرائط الملاحة البحرية والجوية إذ أن الخط المستقيم الذى يصل بين مكانين مرسومين على الخريطة يمثل أقصر مسافة بين هذين المكانين على سطح الأرض .

بين نقطتين على سطح الأرض يمكن رسم عدد لا نهائى من أقواس الدوائر ولكن قوس الدائرة العظمى يكون أقصرها . والدائرة العظمى على سطح الأرض هى الدائرة التى يمر مستواها بمركز الأرض وبذلك يكون قطرها مساويا لقطر الأرض . فدائرة الاستواء دائرة عظمى ولكن دوائر العرض الأخرى دوائر صغرى . بالمثل خطوط الطول تكون أنصاف دوائر عظمى .

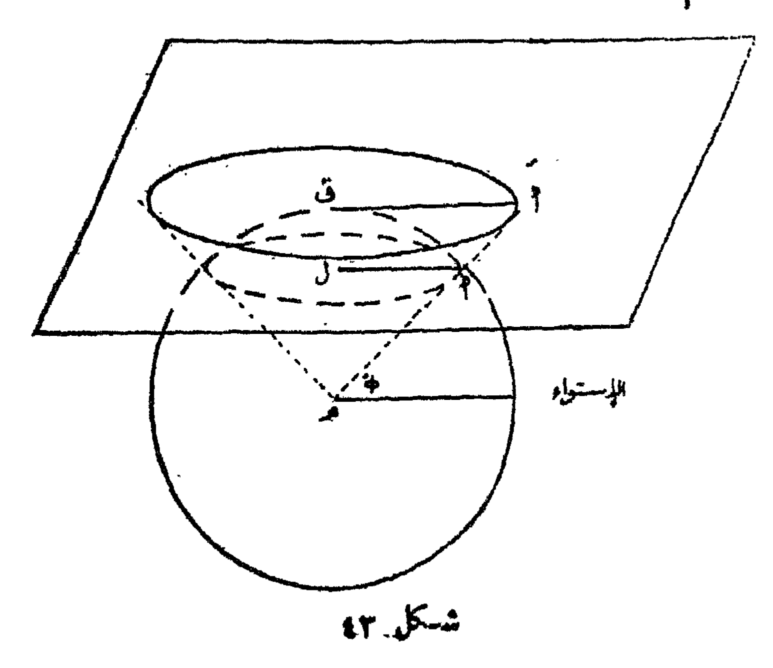
ولإسقاط دائرة عظمى مرسومة على سطح الأرض من مركز اسقاط موجود عند مركز الأرض ، تمر أشعة الإسقاط فى نفس مستوى الدائرة العظمى الى أن تقابل مستوى الخريطة فى خط مستقيم يمثل تلك الدائرة العظمى . ومن هنا يتضح أن كل خط مستقيم على سطح الخريطة المرسومة بالمسقط المركزى يمثل دائرة عظمى على سطح الأرض .

أولا ــ المسقط المركزى القطبى



شكل ٤٢

سطح الخريطة يمس سطح الأرض عند القطب
والإسقاط يتم من نقطة عند مركز الأرض



شكل ٤٣

وواضح أن خطوط الطول تسقط الى خطوط مستقيمة ، وتكون الزوايا بينها مساوية للزوايا الأصلية بين خطوط الطول عند القطب .

ووواضح أيضا أن دوائر العرض تسقط الى دوائر مركزها هو نقطة القطب ولكن بأقطار أكبر من الأقطار لاصلية على سطح الأرض .

الخصائص الهندسية للهيكل الجغرافى

١ — خطوط الطول مستقيمة متلاقية عند القطب والزوايا بينها مساوية للزوايا الأصلية على سطح الأرض . وخطوط العرض تسقط الى دوائر مركزها نقطة القطب .

٢ — لايجاد قيمة نصف قطر دائرة العرض ϕ (نق$_\phi$)

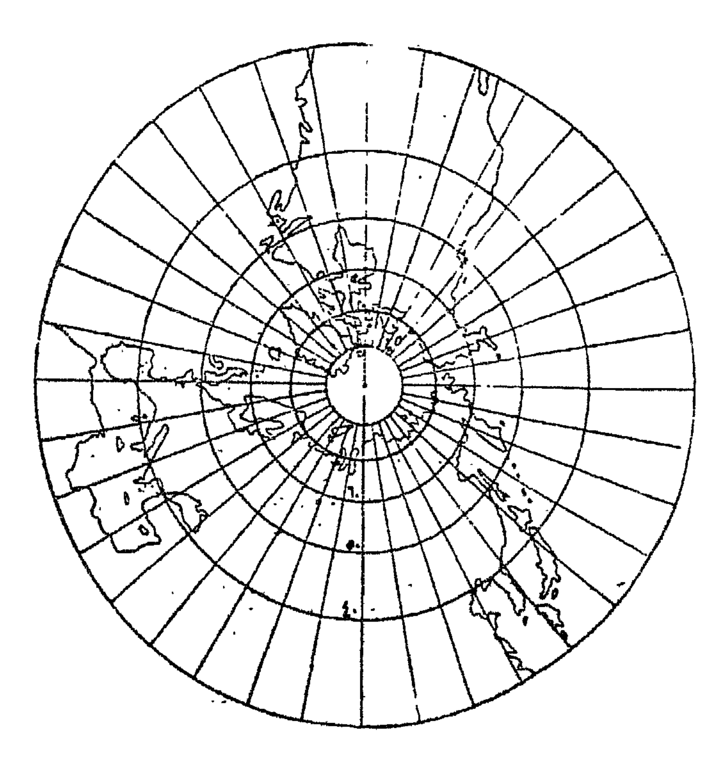
فى شكل ٤٣ م مركز الأرض ، ق نقطة القطب ، ل مركز دائرة العرض ϕ المرسومة على سطح الأرض .

فى المثلث م ن أ َ $= \frac{\text{ن أ َ}}{\text{ن م}} = \frac{\text{نق}_\phi}{\text{نق}} =$ ظتا ϕ

نق$_\phi$ $=$ نق ظتا ϕ

٣ — واضح أن المقياس يتزايد مع الابتعاد عن نقطة القطب ويعجز عن بيان دائرة الاستواء .

طريقة الانشاء



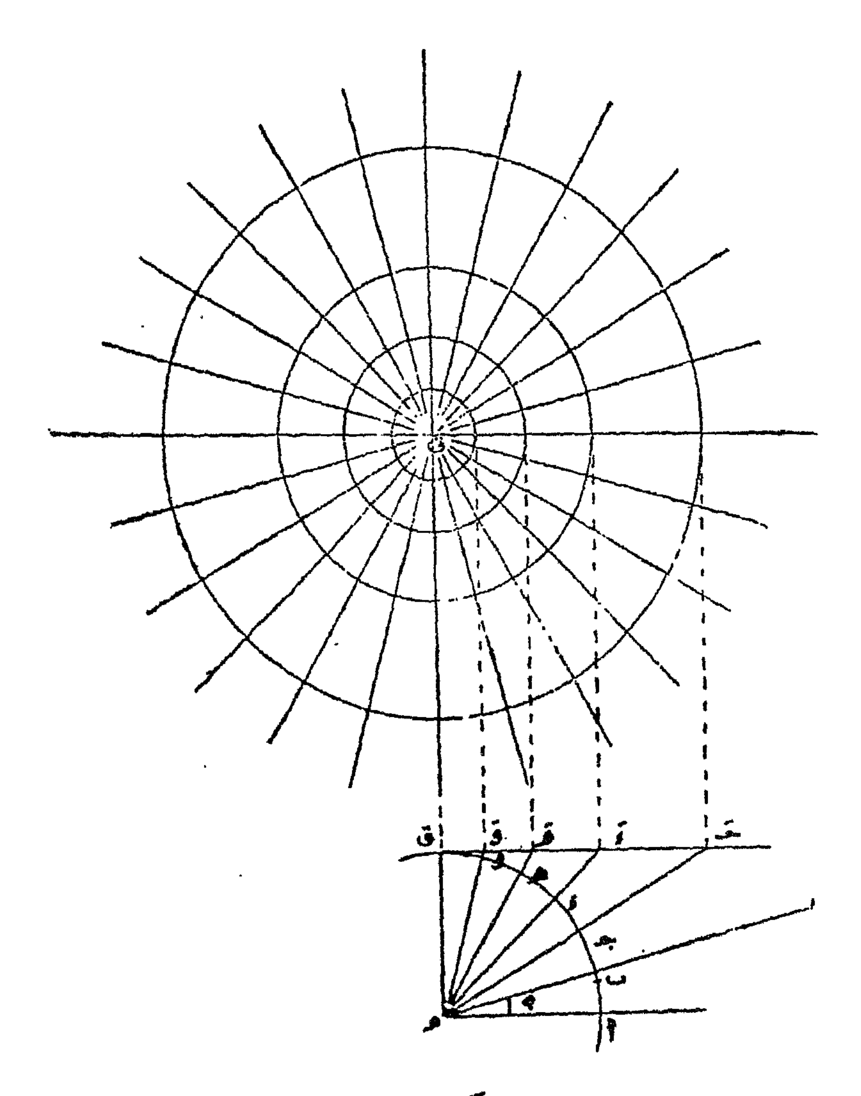
شكل ٤٤

المناطق الشمالية من العالم على مسقط مركزى

١ — ترسم مجموعة من الخطوط المتقابلة فى نقطة تصنع فيما بينها زوايا متساوية (١٠° فى شكل ٤٤) . هذه الخطوط تمثل خطوط الطول

٢ — من نقطة تقابل خطوط الطول (التى تمثل القطب) كمركز — ترسم دوائر العرض بأنصاف أقطار تساوى نق ظتا φ (نق ظتا ٨٠°، نق ظتا ٧٠° ، ... فى شكل ٤٤) . هذه الدوائر تمثل دوائر العرض

الطريقة البيانية لرسم المسقط المركزى القطبي



شكل ٤٥

١ — من المركز م نرسم نصف دائرة تمثل خط طول على سطح الارض ويكون قطرها مطابقا للمقياس المطلوب .

٢ — نأخذ نقطة القطب ق أعلا القوس وعندها نرسم مماساً لقوس الدائرة

٣ — نمد م ق على استقامته الى نقطة قَ تمثل القطب على المسقط .

٤ — عند قَ نرسم مجموعة خطوط الطول تصنع فيما بينها الزوايا المطلوبة .

٥ — تحدد النقط ا ، ب ، حـ ، ء ، ... على قوس خط الطـول تمثل تقاطعات خطوط العرض المختلفة .

٦ — نمد الخطوط المستقيمة م ب ، م حـ ، م ء ، ... الى أن تقابل المماس عند ق في النقط بَ ، حَ ، ءَ ، ... على التوالى .

٧ — من المركز قَ نرسم دوائر العرض بانصاف اقطار تساوى قَ بَ ، قَ حَ ، قَ ءَ ، ... ينتج المسقط المطلوب .

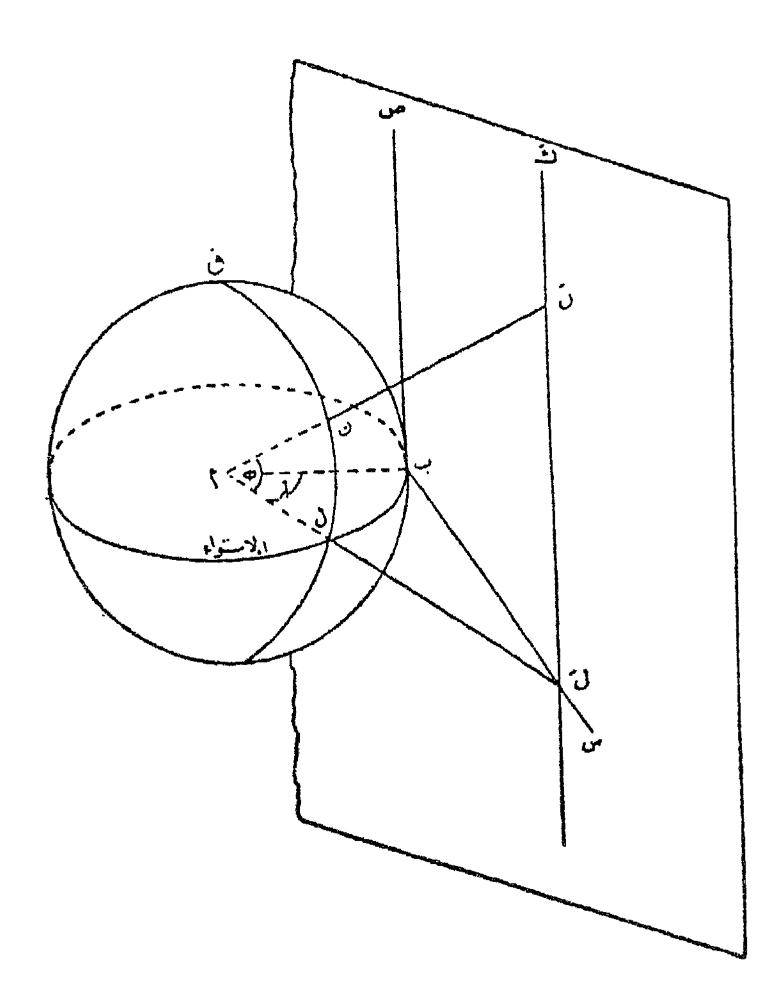
ملحوظة : كما يتضح من الطريقة السابق شرحها ، تتلخص الطريقة البيانية فى إيجاد الأبعاد المطلوبة المسقط عن طريق الرسم وبدون الالتجاء الى الحساب .

فمثلا اوجدنا طول نصف قطر دائرة العرض قَ ءَ باستخدام طولا مرسوما يساوى نصف قطر الأرض وهو م ق وباستخدام زاوية مرسومة تساوى زاوية العرض ا م د . وبذلك أصبح ق دَ يمثل نق ظتا ه .

يطبق نفس المبدأ فى الطرق البيانية المستخدمة لرسم المساقط الأخرى أى نحصل بطريق الرسم على أطوال بدلا من الحصول على قيمتها بالحساب .

ثانيا المسقط المركزى الاستوائى

سطح الخريطة يمس سطح الارض عند نقطة على الاستواء مثل ب



شـــكل ٤٦

نتصور أن دائرة الإستواء تقع فى مستوى الكتاب . وبذلك يكون مستوى الخريطة عموديا على مستوى الكتاب .

واضح أن خط طول النقطة ب يسقط على الخـــريطة خطا مستقيما عند تقابل مستواه مع مستوى الخريطة . أى الخط ب ص .

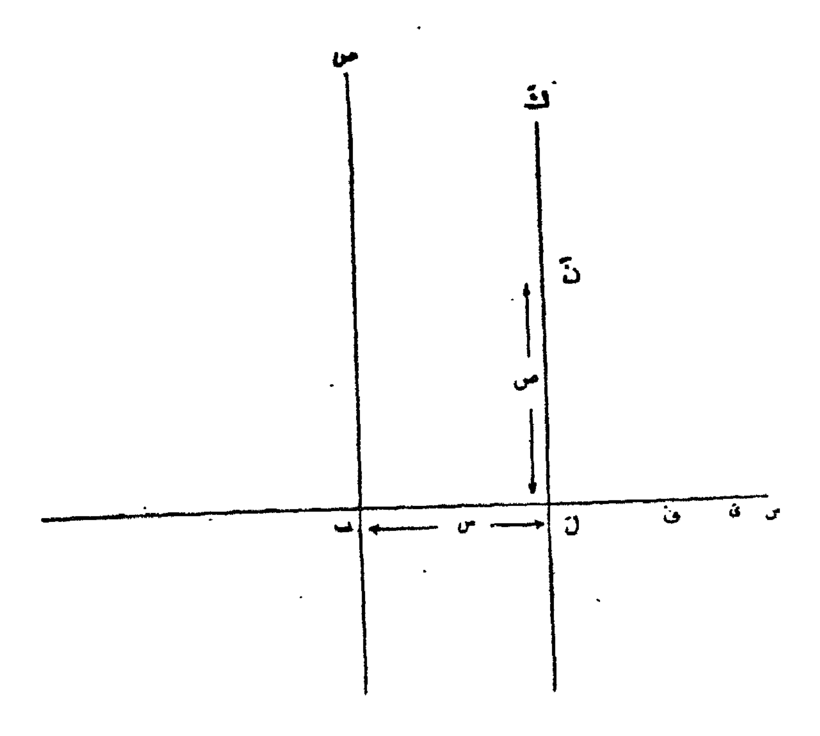
وواضح أن خط الاستواء يسقط على الخريطة عمـــوديا على ب ص عند نقطة ب أى ب س .

اى خط من خطوط الطول المرسومة على سطح الأرض مثل ق ل الذى يقابل الاستواء عند نقطة ل يسقط على الخريطة عند تقابل مستواه مع مستوى الخريطة . ويكون خط تقابل المستويان موازيا للخط ب ص .

مسقط خط الطول ق ل يقابل مسقط الاستواء (ب س) عند نقطة لَ الواقعة على امتداد الخط م ل . ونفرض أن هذا الخط هو لَ كَ .

اذا كانت النقطة ن على خط الطول ق ل على سطح الأرض وتقع عند خط العرض φ ، فإن مسقطها نَ على الخريطة يقع على امتداد الخط م ن ويقع على الخط لَ كَ .

الخصائص الهندسية للمسقط



شكل ٤٧

بالرجوع الى شكل ٤٦

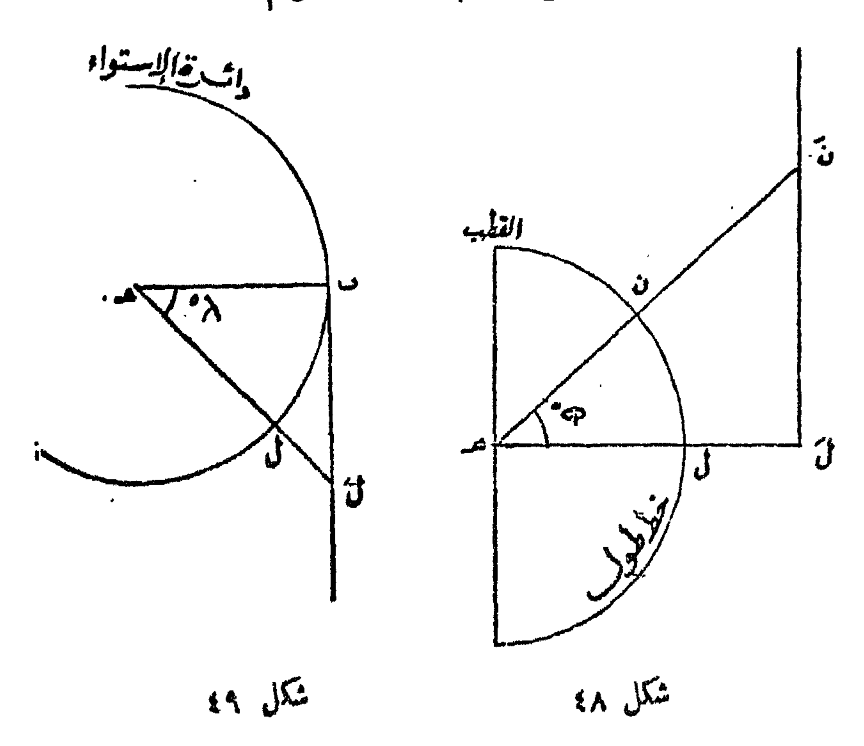
على سطح الخريطة نأخذ محورا للصادات الخط ب ص وهو مسقط خط طول نقطة التماس . ونأخذ محورا للسينات الخط ب س وهو مسقط خط الاستواء .

يتحدد موقع النقطة نَ (وهى مسقط النقطة ن على سطح الأرض والتى تقع على خط الطول الذى يبعد بزاوية طول λ° عن خط التماس ، كما تقع على العرض φ) ؛ بدلالة الاحداثيات :

س = ب لَ ، ص = لَ نَ

على الكرة الأرضية زاوية λ هى الزاوية ب م ل

وزاوية φ « « ن م ل



شكل ٤٩ شكل ٤٨

١ — فى المثلث ب م لَ القائم عند ب

والذى فيه ب م = نصف قطر الأرض ى

ب لَ = ى ظا λ

س = ى ظا λ (١)

كذلك م لَ = ب م قا λ = ى قا λ (٢)

٢ — فى المثلث نَ لَ م القائم عند لَ

نَ لَ = م لَ ظا ϕ

وبالتعويض عن قيمة م لَ بما يساويها من العلاقة (٢) ينتج أن :

نَ لَ = ص = ى قا λ ظا ϕ (٣)

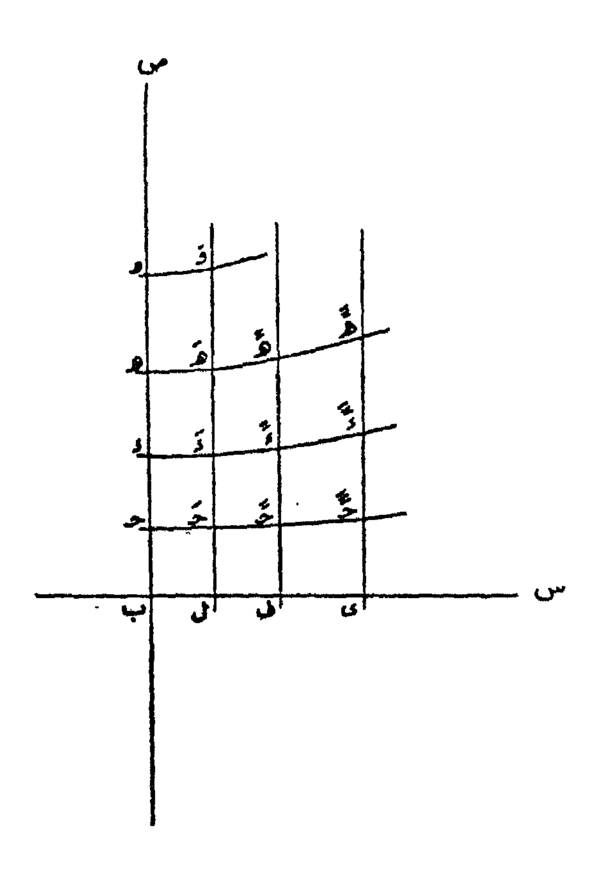
تعطى المعادلتان (١) ، (٣) موقع النقطة نَ على الخريطة .

٣ — واضح أن كلا من س ، ص تمثلان قيما أكبر من الأبعاد الأصلية على سطح الأرض . أى أن المقياس على الخريطة يكون أكبر ويتزايد مع الابتعاد عن مركز الخريطة ب .

طريقة الإنشاء

١ — نرسم خطين متعامدين الأفقى ب س يمثل الاستواء والرأسى ب ص يمثل خط الطول الأوسط .

٢ — نحدد مواقع النقط ل ، ف ، ى ، ... على الاستواء التى تمثل تقاطع خطوط الطول . كل نقطة منها تبعد عن مركز الخريطة ب بمسافة = ى ظا λ حيث λ هو فرق الطول بين النقطة ومركز الخريطة .



شكل ٥٠

فإذا كانت خطوط الطول ممثلة على المسقط كل ١٠ درجات

ب ل = ق ظا ١٠ = ١١٢٣٫٢٠ كم

ب ف = ق ظا ٢٠ = ٢٣١٨٫٤٩ «

ب ى = ق ظا ٣٠ = ٣٦٧٧٫٧٢ «

٣ — عند النقط ل ، ف ، ى ، ... نرسم خطوط مستقيمة موازية لخط الطول الأوسط . هذه الخطوط تمثل خطوط الطول .

٤ — نحدد مواقع النقط حـ ، ى ، هـ ، على خط الطول الأوسط والتى تمثل تقاطع دوائر العرض . كل نقطة منهـا تبعد عن مركز الخريطة ب بمسافة = نق قا صفر ظا φ . حيث φ هو قيمة العرض .

فإذا كانت خطوط العرض ممثلة على المسقط كل ١٠ درجات

ب حـ = نق قا صفر ظا ١٠ = ١١٢٣٫٢٠ كم

ب ى = نق قا صفر ظا ٢٠ = ٢٣١٨٫٤٩ «

ب هـ = نق قا صفر ظا ٣٠ = ٣٦٧٧٫٧٢ «

٥ — نحدد مواقع النقط حـَ ، ىَ ، هـَ على خط الطول الذى يمر بنقطة ل

وكذلك مواقع النقط حـً ، ىً ، هـً على خط الطول الذى يمر بنقطة ف

وكذلك مواقع النقط حـّ ، ىّ ، هـّ ... وهكذا

بحيث تبعد كل نقطة عن الاستواء بمسافة = نق قا λ ظا φ . حيث λ هو فرق الطول بين النقطة وخط الطول الأوسط وحيث φ هو قيمة العرض .

وبذلك نحصل على الأبعاد الآتية :

ل حـَ = نق قا ١٠ ظا ١٠ = ١١٤٠٫٥٢

ل ىَ = نق قا ١٠ ظا ٢٠ = ٢٣٥٤٫٢٦

ل هـَ = نق قا ١٠ ظا ٣٠ = ٣٧٢٤٫٤٦

ويكون

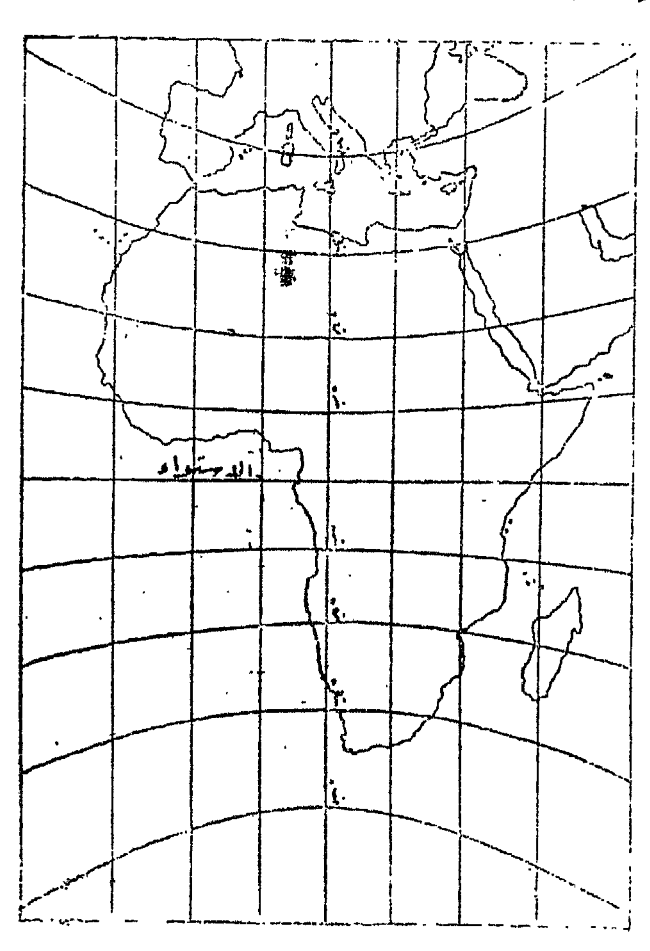
ف حً = نق قا ٢٠ ظا ١٠ = ١١٩٥ر٣٠

ف ءً = نق قا ٢٠ ظا ٢٠ = ٢٤٦٧ر٣٩

ف هً = نق قا ٢٠ ظا ٣٠ = ٣٩١٣ر٧٥ ... الخ

٦ — لما كان المسقط متماثلا بالنسبة لخط الطول الأوسط وبالنسبة للاستواء ، لذلك توقع النقط السابقة فى الأرباع الثلاثة الباقية من الخريطة .

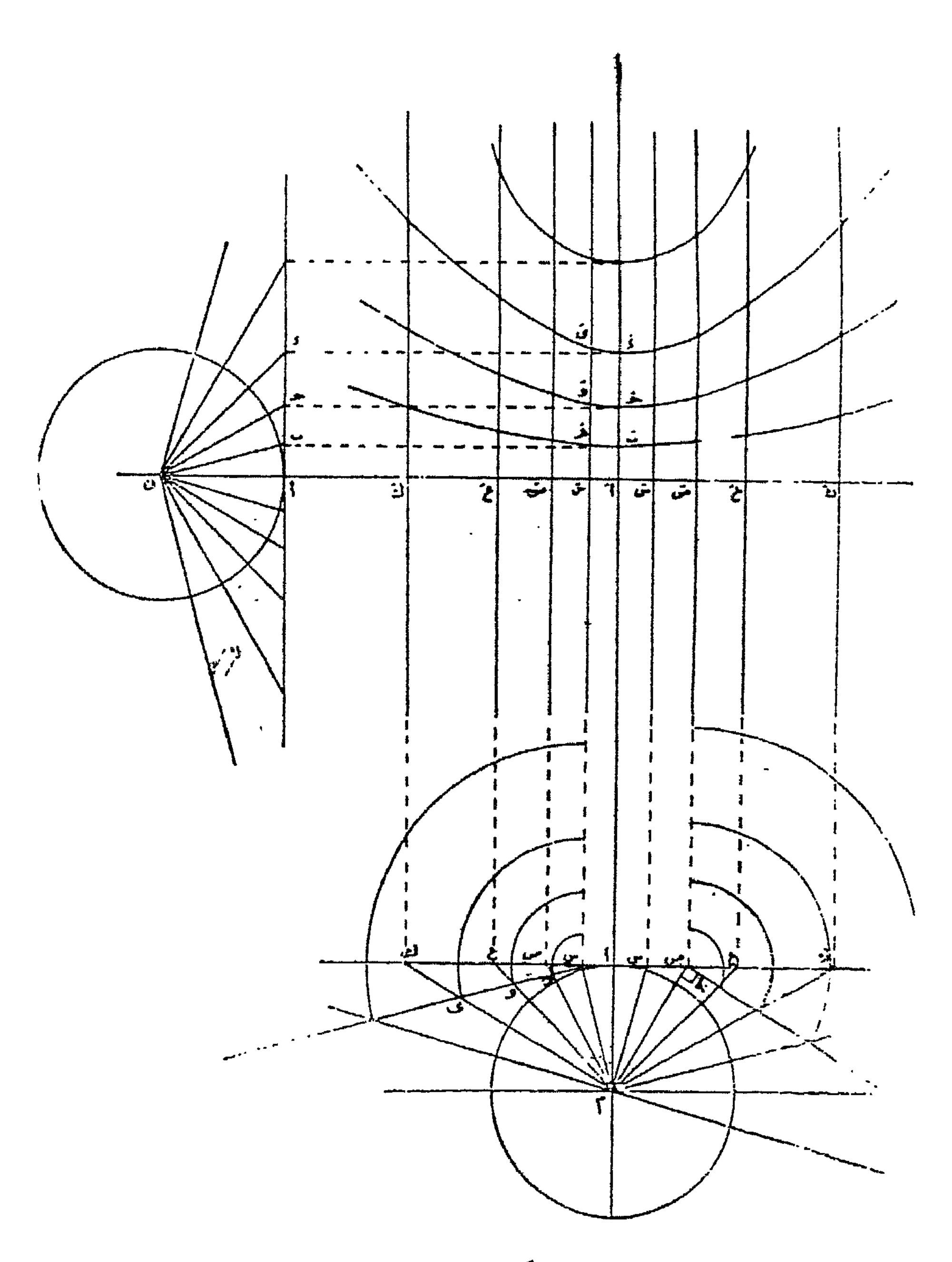
٧ — ترسم منحنيات العرض تمر بالنقط المتناظرة على كل خط طول مثل ح ، حَ ، حً ، ... وكذلك ء ءَ ، ءً ، ...



شكل ٥١

أفريقيا على مركزى استوائى — المركز عند الطول ١٥° شرق

الطريقة البيانية لرسم المسقط المركزى الاستوائى



شكل ٥٢

طريقة الرسم

١ — نرسم دائرتين متساويتين قطر كل منهما يساوى قطر الأرض تبعا للمقياس المطلوب .

الدائرة التى مركزها م تمثل الاستواء والأخرى ومركزها ن تمثل خط الطول الأوسط .

٢ — نرسم خطا أفقيا من ن يمثل الاستواء على المسقط .

٣ — نرسم خطا رأسيا من م يمثل خط الطول الأوسط على المسقط يقابل الاستواء فى نقطة ء َ .

٤ — نرسم زوايا العرض من المركز ن شمال وجنوب الاستواء ، ونمد أضلاع الزوايا إلى أن تقابل المماس الرأسى للدائرة ن عند النقط ب ، حـ ، ء ، . وتكون النقط المقابلة بَ ، حـَ ، ءَ ، ... على خط الطول الأوسط هى مواقع تقابله مع دوائر العرض .

٥ — نرسم زوايا الطول من المركز م شرق وغرب الطول الأوسط ، ونمد أضلاع الزوايا إلى أن تقابل المماس الأفقى للدائرة م عند النقط س ، ص ، ع ، ... وتكون النقط المقابلة سَ ، صَ ، عَ ، ... على الاستواء هى مواقع تقابلة مع خطوط الطول .

٦ — نرسم خطوط الطول تمر بالنقط سَ ، صَ ، عَ ، ... موازية لخط الطول الأوسط .

٧ — لايجاد نقط تقابل دوائر العرض مع خط من خطوط الطول ، وليكن خط الطول الذى يمر بالنقطة سَ مثلا : نرسم عند النقطة س خطا عموديا على م س يقابل الخطوط المجاورة م ص ، م ع ، م ل ، ... فى النقط هـ ، و ، ى ، ... . تكون س هـ ، س و ، س ى ، ... هى أبعاد دوائر العرض عن الاستواء .

٨ — على خط الطول الذى يمر بالنقطة سَ نحدد المسافات

سَ هـَ ، سَ وَ ، سَ ىَ ، ... مساوية للمسافات

س هـ ، س و ، س ى ، ... على الترتيب

٩ — نكرر الخطوتين ٧ ، ٨ مع باقى خطوط الطول ، نحصل على نقط تقابلها مع دوائر العرض المختلفة .

١٠ — نصل مجموعات النقط المتناظرة لتشكل منحنيات العرض .

ثالثا : المسقط المركزى المنحرف

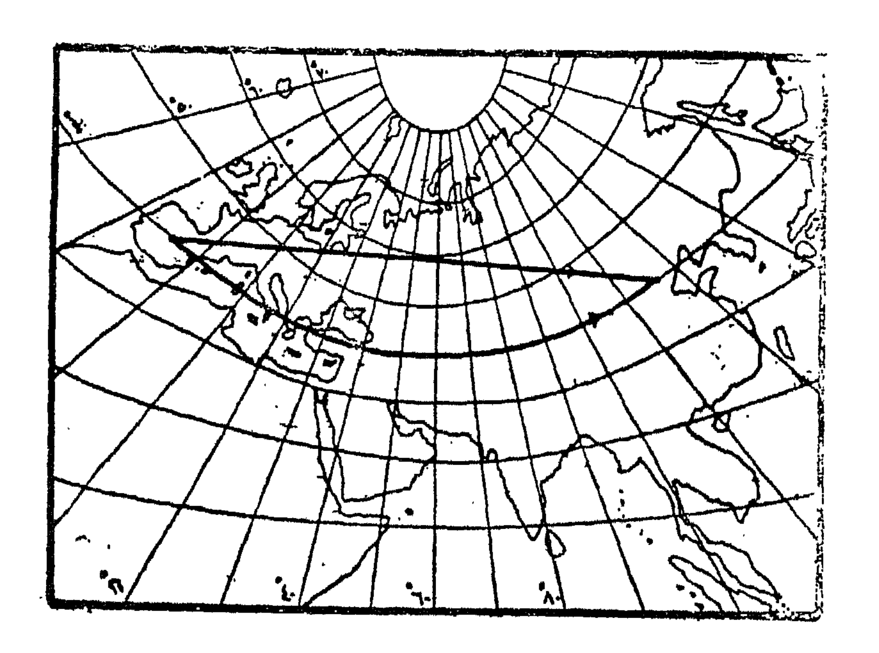
يرسم المسقط المركزى المنحرف بالطريقة الحسابية وذلك للخرائط ذات المقياس الكبير .

وفى هذه الحالة يتم حساب المسافة القوسية (مقدرة بالدرجات) على سطح الأرض من مركز الخريطة إلى جميع المواقع التى تشكل الهيكل الجغرافى للمسقط . كما يتم حساب انحرافات تلك المواقع عن اتجاه الشمال عند مركز الخريطة .

ويتكون الهيكل الجغرافى المطلوب من مساقط تلك النقط . ويعد مسقط

كل نقطة عن مركز الخريطة بمسافة تساوى ظا (المسافة القوسية مقـــدرة بالدرجات) ويكون على نفس الانحراف الأصلى على سطح الأرض .

والطول الحسابات الخاصة بهذا المسقط لايستخدم إلا قليـــلا فى الخرائط الجغرافية . ولكنه واجب الاستخدام فى الخرائط ذات الأغراض الخاصة مثل خرائط الملاحة البحرية والجوية عندما يلزم التعرف على مسار أقصر الطرق .



شكل ٥٣

أوربا وآسيا على مسقط مركزى منحرف

الخط المستقيم بين مدريد وبكين يمثل المسار على الدائرة العظمى

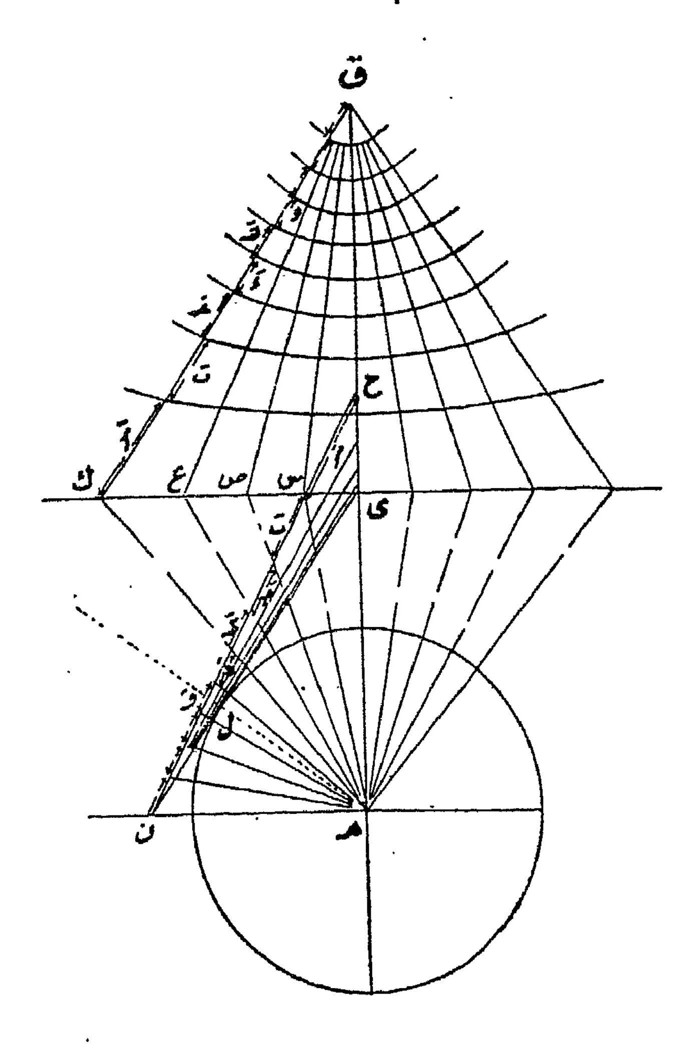
الخط المنحنى بينهما يمثل المسار فى اتجاه الشرق .

وفى نهاية هذا الباب يوجد مثال محسوب لمسقط مركزى منحرف باستخدام

المسافات والاتجاهات على سطح الأرض من مركز الخريطة إلى باقى النقط المطلوب بيانها على الهيكل الجغرافى .

لرسم المسقط المركزى المنحرف بمقياس صغير تستخدم الطريقة البيانية .

الطريقة البيانية لرسم المسقط المركزى المنحرف



شكل ٥٤

١ — نرسم دائرة تمثل الكرة الأرضية تبعا للمقياس المطلوب .

٢ — نرسم قطرين متعامدين فى الدائرة احدهما رأسى والآخر أفقى .

٣ — عند المركز م نرسم زاوية مـــع القطر الرأسى تساوى زاوية عرض مركز الخريطة . فيقابل ضلع الزاوية محيط الدائرة عند نقطة ل .

٤ — نرسم مماسا للدائرة عند ل يقابل امتداد القطر الأفقى عند ن ويقابل امتداد القطر الرأسى عند ى .

٥ — نرسم خطا أفقيا عند ى يمثل خط الاستواء على المسقط .

٦ — نمد القطر الرأسى م ى على استقـامته الى نقطـــة ق بحيث يـكون ق ى = ن ى . نقطة ق تمثل القطب على المسقط .

٧ — من مركز الدائرة م نرسم زوايا الطول المطلوبة لليمـين ولليسـار من القطر الرأسى م ى فتقابل مسقط الاستواء فى النقط س ، ص ، ع ، ...

٨ — نصـــل القطب ق بالنقط س ، ص ، ع ... وتصبح تلك الخطوط خطوط الطول .

٩ — لإيجاد نقط تقاطع خط طول مثل ق ك مع باقى خطوط العرض، نرسم من النقطة ن مستقيما ن ح طوله يساوى طول ق ك ويقع طرفه ح على الخط ق ى (خط الطول الأوسط) . يتقاطع الخط ن ح مع خطوط زوايا الطـــول وهى م س ، م ص ، م ع ، ... فى نقط تمثل ابعادها عن نقطة ح (أ َ ، ب َ ، حـ َ ، ...) ابعاد خطوط العرض المختلفة عن نقطة ك .

١٠ — نـكرر الخطوة السابقة (٩) مع باقى خطوط الطول ثم نصـل النقط المتناظرة على خطوط الطول فتنتج منحنيات العرض .

٢ — المسقط الاستريوجرافى (المجسم)

فى هذا المسقط الاتجاهى المنظور يكون مركز الإسقاط عند نهاية القطر الذى يمر بمركز الخريطة . وجميع الدوائر المرسومة على سطح الأرض تسقط الى دوائر على سطح الخريطة فيما عدا تلك الدوائر التى تمر بمركز الإسقاط والتى تسقط الى خطوط مستقيمة .

ففى الحالة القطبية تكون جميع خطوط الطول مستقيمة أما دوائر العرض فتسقط الى دوائر .

وفى الحالة الاستوائية تكون جميع خطوط الطول والعرض دوائر ، ما عدا الطول الأوسط والاستواء فهما مستقيمان .

وفى الحالة المنحرفة تكون جميع خطوط الطول والعرض دوائر ، ما عدا الطول الأوسط وخط العرض المار بمركز الاسقاط فهما مستقيمان .

خاصية التشابه

ولو أن المسقط الاستريوجرافى ينتج بطريقة الإسقاط المنظور إلا أنه يحقق خاصية التشابه . فالزاوية على المسقط بين أى خطين تساوى الزاوية الأصلية على سطح الأرض بين الخطين المناظرين . وعلى ذلك تتعامد خطوط الطول والعرض على المسقط مثلما كانت متعامدة على سطح الأرض ، وكذلك تكون الزوايا على المسقط بين خطوط الطول وبعضها مساوية للزوايا الأصلية المناظرة على سطح الأرض .

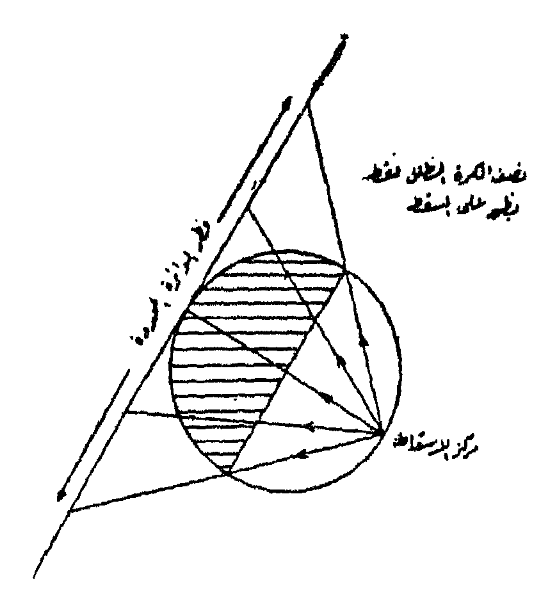
يستخدم المسقط الاستريوجرافى فى الخرائط الفلكية وذلك لسهولة حل

المسائل بيانيا . والمعروف أن المسار الظاهرى اليومى لأى جرم سماوى هو دائرة وعلى ذلك يكون مسقط هذا المسار على الخريطة دائرة . ومن هنا نتبين سهولة الحل البيانى على هذا المسقط .

يستخدم أيضا هذا المسقط فى خرائط الملاحة والمساحة للمناطق التى يظهر فيها القطب .

الدائرة المحددة للمسقط

فى المسقط الاستريوجرافى واضح أن المقياس على الخريطة يكون مساوياً للمقياس على سطح الأرض وذلك عند نقطة التماس (مركز الخريطة) ، ويأخذ المقياس على المسقط فى الكبر كلما ابتعدنا عن مركز الخريطة . لذلك اتفق على رسم نصف الكرة الأرضية (التى يقع مركز الخريطة عنــد منتصفها) دون النصف الآخر . ولما كان أى نصف للكرة الأرضية تحده دائرة ، والدائرة على



شكل ٥٥

الأرض تسقط الى دائره على الخريطة ، لذلك يرسم المسقط الاستريوجرافى عادة داخل إطار دائرى يسمى الدائرة المحددة للمسقط .

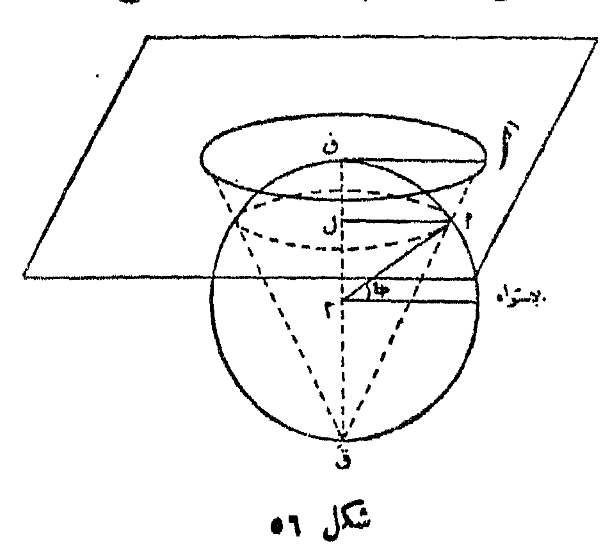
ويمكن بسهولة بيان أن قطر الدائرة المحددة للمسقط يساوى ضعف قطر الارض .

وبالطبع يمكن رسم أجزاء من نصف العالم بالمسقط الاستريوجرافى داخل أى إطار .

أولا : المسقط الاستريوجرافى القطبى

سطح الخريطة يمس سطح الأرض عند نقطة القطب والإسقاط يتم من القطب الآخر بالطريقة المنظورة .

تسقط خطوط الطول الى خطوط مستقيمة وتكون الزوايا بينها مساوية للزوايا الأصلية بين خطوط الطول عند القطب الارضى . واضح أيضا أن دوائر العرض تسقط الى دوائر مركزها هو نقطة القطب . ولكن تكون انصاف اقطار دوائر العرض على المسقط أكبر من نظيراتها على سطح الارض .



شكل ٥٦

الخصائص الهندسية للهيكل الجغرافى

١ ــ خطوط الطول خطوط مستقيمة متلاقية عند القطب ، ودوائر العرض دوائر متحدة المركز عند القطب

٢ ــ لإيجاد قيمة نصف قطر دائرة العرض φ :

فى شكل ٥٦ ، م مركز الأرض ، ن نقطـــة القطب ، ل مركز دائرة العرض φ المرسومـة على سطح الارض ، اَ مسقط النقطة ا الواقعـة على دائرة العرض φ ، مركز الاسقاط يقع عند القطب الآخر نَ

> ل م ا = ٩٠° φ

> ل م ا = > م ا نَ + > م نَ ا = ٢ > م نَ ا

∴ > م نَ ا = $\frac{1}{2}$ (٩٠ − φ)

فى المثلث ن نَ اَ القائم الزاوية عند ن

ن اَ = ن نَ ظا > ن نَ اَ

نصف القطر المطلوب = ٢ نق ظا $\frac{٩٠ - \phi}{٢}$

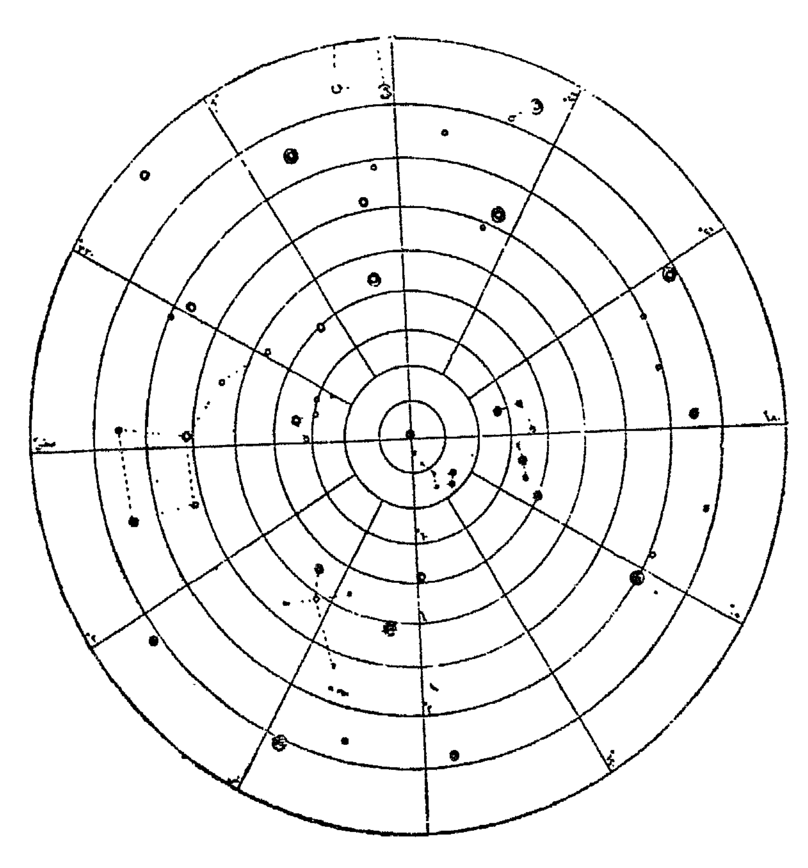
٣ ــ واضح أن المقياس يأخذ فى الكبر كلما ابتعدنا عن نقطة القطب ويكون المقياس أكبر ما يمكن عند الدائرة المحددة للمسقط وهى دائرة الاستواء وتكون قيمة المقياس ٢ .

طريقة الإنشاء

١ ــ ترسم مجموعة من الخطوط المتقابلة فى نقطة تصنع فيما بينهـــا زوايا

متساوية (٣٠° فى شكل ٥٧) وهذه تمثل خطوط الطول .

٢ — من نقطة تقابل خطوط الطول (التى تمثل القطب) - كمركز - ترسم دوائر العرض بأنصاف اقطار = ٢ نق ظا $\left(\frac{٩٠ - \phi}{٢}\right)$ (٢ نق ظا ٤٥ ، ٢ نق ظا ٤٠ ، ٢ نق ظا ٣٥ ، ... فى شكل ٥٧) . هذه الدوائر تمثل دوائر العرض

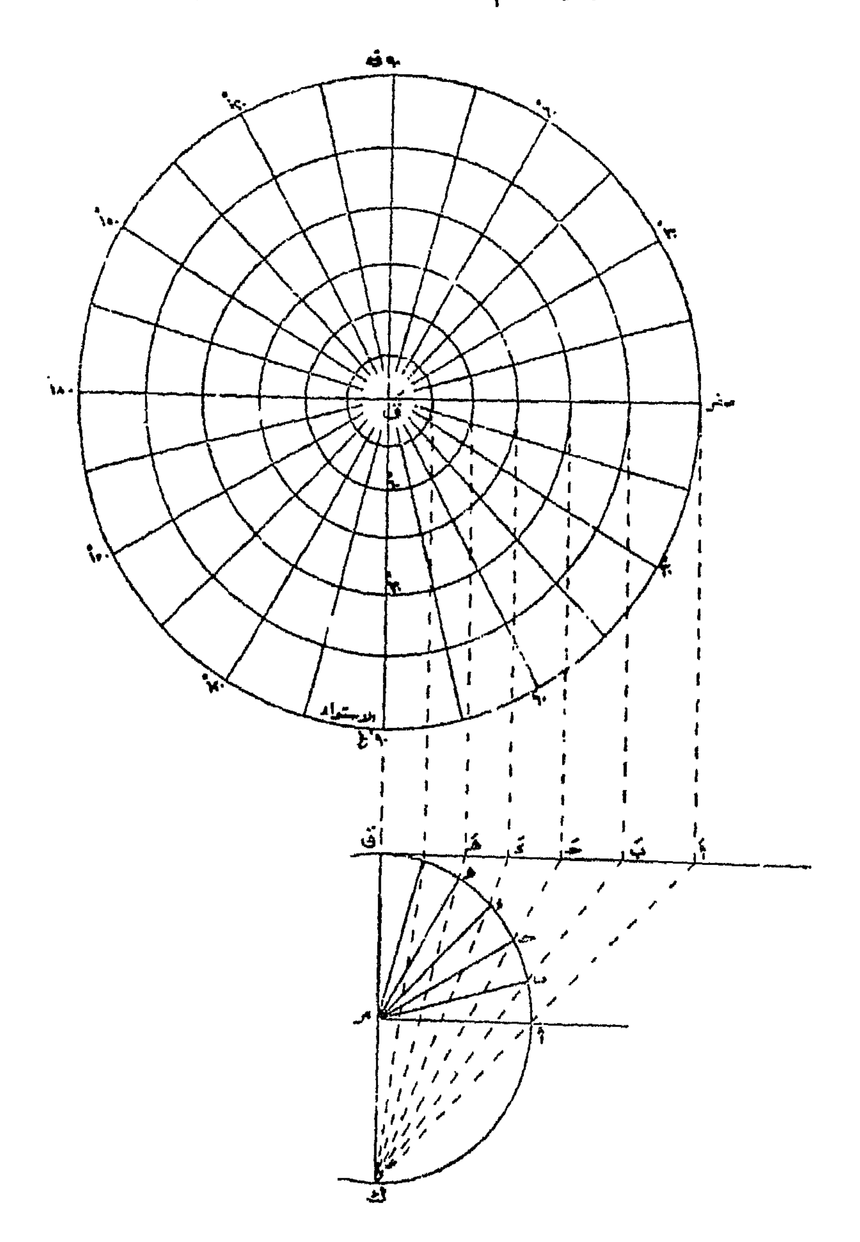


شكل ٥٧

مسقط استريوجرافى قطبى للنجوم الشمالية اللامعة

الدوائر تمثل خطوط الميل وهى تماثل خطوط العرض على الأرض والخطوط المستقيمة تمثل خطوط الزوال السماوية وهى تماثل خطوط الطول على الأرض

الطريقة البيانية لرسم المسقط الاستريوجرافى القطبى



شكل ٥٨

١ — من المركز م نرسم نصف دائرة تمثل خط طول على الأرض تبعـــا

المقياس المطلوب

٢ — يرسم قطر رأسى يمر بالقطبين ن ، ك ، ونرسم مماسا للدائرة عند ن

٣ — نمد ن على استقامته الى نقطة مثل ن َ تمثل القطب على المسقط .

٤ — عند ن َ نرسم مجموعة خطوط الطول تصنع فيما بينها الزوايا المطلوبة .

٥ — تحدد النقط ا ، ب ، حـ ، ٥ ، ... على قوس خط الطول تمثل تقاطعات خطوط العرض المختلفة

٦ — نمد الخطوط المستقيمة ك ا ، ك ب ، ك حـ ، ... الى أن تقابل المماس عند ن فى النقط ا َ ، ب َ ، حـ َ ، ... على التوالى .

٧ — من المركز ن َ نرسم دوائر العرض بأنصاف أقطار ن ا َ ، ن ب َ ، ن حـ َ ... ينتج المسقط المطلوب

ثانيا : المسقط الاستريوجرافى الاستوائى

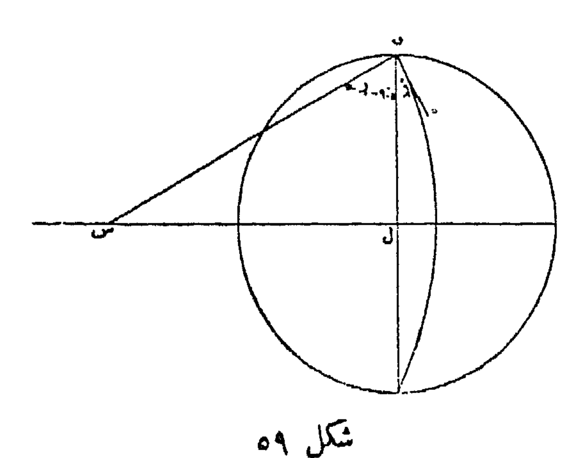
لانشاء هذا المسقط يتم الاستفادة من الخصائص الهندسية له وهى :

١ — خطوط الطول والعرض أقواس دوائر فيما عدا خط الطول الأوسط وخط الاستواء فهما مستقيمان

٢ — على المسقط تتعامد خطوط الطول والعرض كما كانت أصلا متعامدة على سطح الأرض .

وعلى ذلك تتلخص طريقة انشاء المسقط فى ايجاد مواقع مراكز اقواس دوائر الطول والعرض وكذلك فى ايجاد قيم انصاف أقطارها .

لإيجاد مواقع مراكز اقواس دوائر الطول وانصاف أقطارها



شكل ٥٩

١ — تقع جميع المراكز على خط الاستواء وامتداده

٢ — إذا كانت λ° هى قيمة الزاوية على سطح الأرض بين خط الطول المطلوب رسمه وخط الطول الأوسط فإن الزاويه بين مسقطيهما تكون أيضا λ° .

وعلى ذلك يقع المركز المطلوب عند نقطة س على الاستواء حيث :

> س ن ل = ٩٠° — λ

من المثلث س ق ل ل س = ل ق ظتا λ

ل ن يمثل نصف قطر الدائرة المحددة أى قطر الأرض ٢ نق

∴ بعد المركز عن مركز الخريطة = ٢ نق ظتا λ

٣ — من المثلث س ن ل س ن = ل ن قتا λ

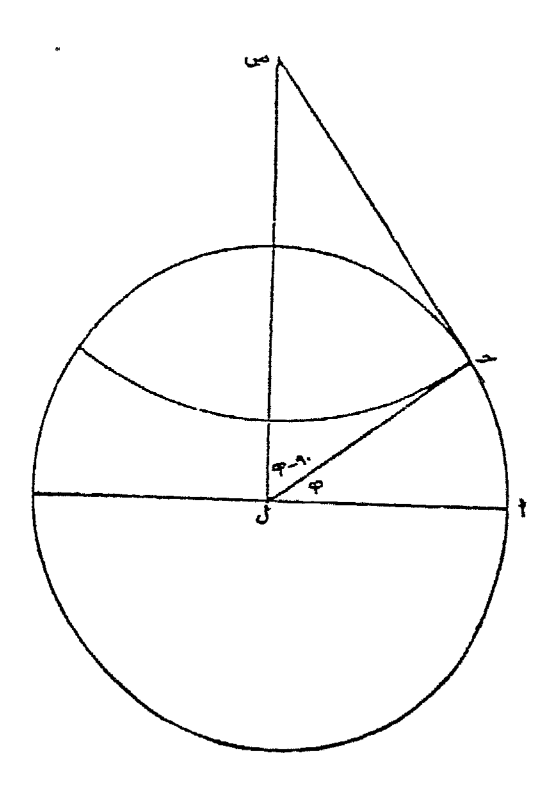
نصف القطر المطلوب = ٢ نق قتا λ

لايجاد مواقع مراكز أقواس دوائر العرض وأنصاف أقطارها

١ — تقع جميع مراكز العرض على امتداد خط الطول الأوسط

٢ — اذا كانت ϕ هى قيمة زاوية دائرة العرض المطلوب رسمها فإن

> حـ ل ا = ϕ



شكل ٦٠

وعلى ذلك يقع المركز المطلوب عند نقطة ص على امتداد خط الطول الأوسط وبحيث تكون < ص حـ ل قائمة كما كانت أصلا على سطح الأرض .

فى المثلث ص حـ ل

ل ص = ل حـ قتا φ

بعد المركز المطلوب عن مركز الخريطة = ٢ نق قتا φ

٢ — فى المثلث ص حـ ل   حـ ص = ل حـ ظتا φ

نصف القطر المطلوب = ٢ نق ظتا φ

طريقة الانشاء

١ — ترسم الدائرة المحددة للمسقط بنصف قطر يساوى قطر الأرض تبعا للمقياس المطلوب

٢ — يرسم قطر رأسى يمثل خط الطول الأوسط وقطر أفقى يمثل الاستواء

٣ — تحدد مواقع مراكز أقواس دوائر خطوط الطول على خط الاستواء وأمتداده بحيث تبعد عن مركز الدائرة المحددة بمسافات تساوى ٢ نق ظتا λ

٤ — من كل مركز يرسم قوس دائرة بنصف قطر يساوى ٢ نق قتا λ

٥ — توقع مراكز اقواس دوائر العرض على امتداد خط الطول الأوسط بحيث تبعد عن مركز الدائرة المحددة بمسافات تساوى ٢ نق قتا φ

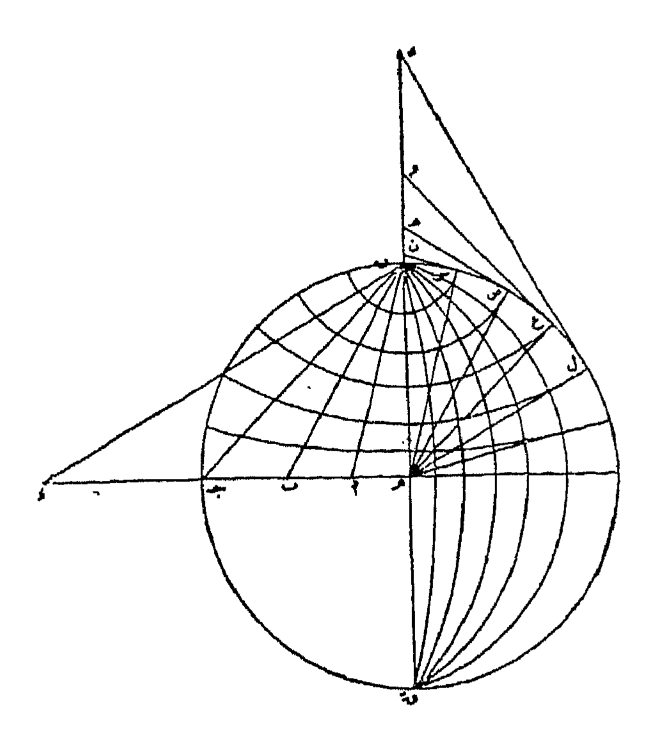
٦ — من كل مركز يرسم قوس دائرة بنصف قطر يساوى ٢ نق ظتا φ

الطريقة البيانية لرسم المسقط الاستريوجرافى الاستوائى

١ — من المركز م ترسم الدائرة المحددة للمسقط بنصف قطر يساوى قطر الأرض .

٢ — يرسم قطر أفقى يمثل الاستواء وقطر رأسى يمثل خط الطول الأوسط الذى يقابل الدائرة المحددة فى نقطتى القطبين ن ، ن َ .

٣ — عند ن ترسم الزوايا م ن ا ، م ن ب ، م ن هـ ، ... بحيث تقع ا ، ب ، هـ ، ... على الاستواء وامتداده وبحيث تكون تلك الزوايا مساوية لمتممات زوايا الطول المطلوبة .



شكل ٦١

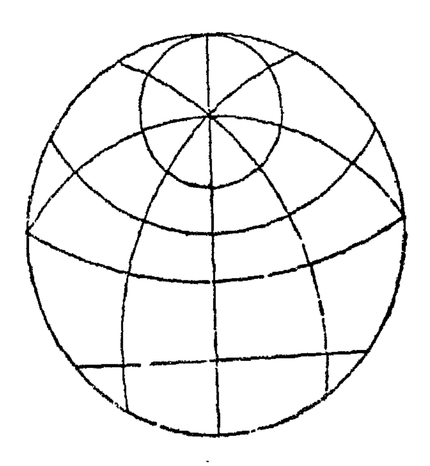
٤ — ترسم أقـــواس دوائر الطول من المركز ا ، ب ، حـ ، ... بأنصاف أقطار ا ن ، ب ن ، حـ ن ، ... .

٥ — يقسم محيـط الدائرة المحـــددة للمسقط إلى أقسام متساوية فى النقط س ، ص ، ع ، ... ونصل م س ، م ص ، م ع ، ... .

٦ — نرسم مماسات للدائرة المحددة عند س ، ص ، ع ، ... تقـابل امتـداد خط الطول الأوسط فى النقط ن ، هـ ، و ، ... .

٧ — ترسم أقـواس دوائر العرض من المراكز ن ، هـ ، و ، ... بأنصاف أقطار ن س ، هـ ص ، و ع ، ... .

ثالثا : المسقط الاستريوجـــرافى المنحرف



شكل ٦٢
الهيكل الجغرافى لمسقط استريوجرافى منحرف
مركزه عند العرض ٣٠° شمال

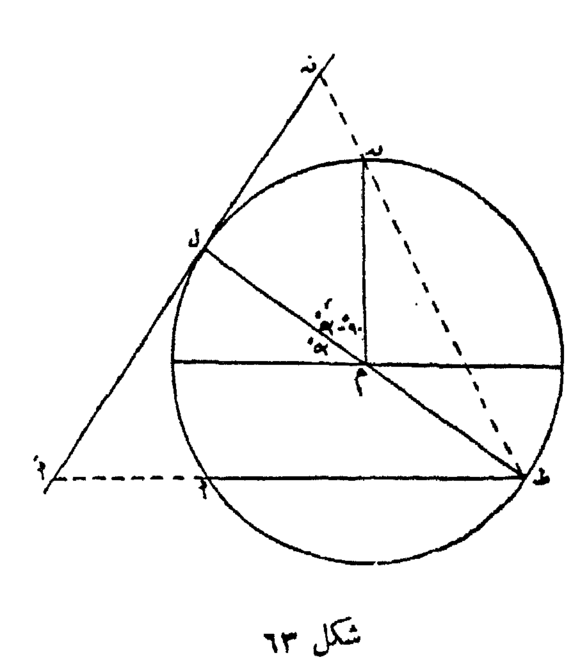
لإنشاء المسقط الاستريوجرافى المنحـــرف يتم الاستفادة من الخصائص الهندسية للمسقط والتى سبق ذكرها فى الحالات القطبية والاستوائية .

فى هذه الحالة يظهر خط الطول الأوسط خطا مستقيما ، كما يظهر خط العرض الذى يمر بمركز الإسقاط خطا مستقيما عموديا على خط الطول الأوسط .

تقع مراكز أقواس دوائر العرض على خط الطول الأوسط وامتـداده — وتقع مراكز أقواس دوائر الطـول على المستقيم الذى يمثل خط عرض مركز الإسقاط .

وعلى ذلك تتلخص طريقة إنشاء المسقط فى إيجـاد مواقع مراكز أقـواس دوائر العرض والطول وكذلك فى إيجاد قيم انصاف أقطارها .

حساب الأبعاد على المسقط



شكل ٦٣

١ — نفرض أن سطح الخريطة يمس سطح الأرض عند نقطة ل الواقعة عند العرض α (شمال أو جنوب) .

فى هذه الحالة يكون مركز الإسقاط عند نهاية القطر ل م أى عند نقطة ط الواقعة عند العرض α من النصف الآخر من الكرة الأرضية (جنوب أو شمال)

ط ل يكون عمودياً على سطح الخريطة وطوله يساوى قطر الأرض = ٢نق

٢ — يكون مسقط القطب على الخريطة عند النقطة ن´ الواقعة عند تلاقى امتداد ط ن وسطح الخريطة .

< ل ط ن´ = $\frac{1}{2}$ < ل م ن = $\frac{1}{2}$ (٩٠ — α)

ل ن' / ل ط = ظا < ل ط ن'

ل ن' = ل ط ظا < ل ط ن' = ٢ نق ظا $\frac{1}{2}$ (٩٠ − α) =

٢ نق ظا (٤٥ − $\frac{\alpha}{2}$) أى أن نقطة القطب ن' على الخريطة تقع على خط الطول الأوسط وعلى بعد من مركز الخريطة ل بمسافة ٢ نق ظا $\frac{1}{2}$ (٩٠ − α) .

٢ — خط عرض مركز الإسقاط ط يسقط على الخريطة عموديا على خط الطول الأوسط ويقطعه عند نقطة ا'

< ل ط ا' = α

ل ا' / ل ط = ظا < ل ط ا'

ل ا' = ل ط ظا < ل ط ا' = ٢ نق ظا α

أى أن خط عرض مركز الإسقاط يبعد عن مركز الخريطة بمسافة ٢ نق ظا α .

٤ — على المسقط يبعد القطب عن خط عرض مركز الاسقاط بمسافة ا' ن'

ا' ن' = ا' ل + ل ن' = ٢ نق ظا α + ٢ نق ظا (٤٥ − $\frac{\alpha}{2}$)

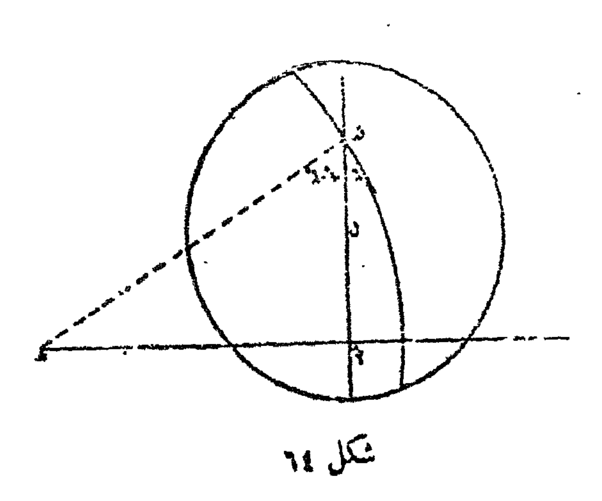
$$= ٢\,\text{نق}\left(\frac{٢\,\text{ظا}\,\frac{\alpha}{٢}}{١ - \text{ظا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}} + \frac{١ - \text{ظا}\,\frac{\alpha}{٢}}{١ + \text{ظا}\,\frac{\alpha}{٢}} \right)$$

$$= ٢\,\text{نق}\left(\frac{٢\,\text{ظا}\,\frac{\alpha}{٢} + ١ - ٢\,\text{ظا}\,\frac{\alpha}{٢} + \text{ظا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}}{١ - \text{ظا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}} \right)$$

$$= ٢\,\text{نق}\,\frac{١ + \text{ظا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}}{١ - \text{ظا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}} = ٢\,\text{نق}\,\frac{\text{جتا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢} + \text{جا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}}{\text{جتا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢} - \text{جا}^{٢}\,\frac{\alpha}{٢}}$$

$$\text{ا}'\,\text{ب}' = ٢\,\text{نق} \times \frac{١}{\text{جتا}\,\alpha} = ٢\,\text{نق}\,\text{قا}\,\alpha$$

<u>لإيجاد مواقع مراكز أقواس دوائر الطول وانصاف أقطارها</u>



شكل ٦٤

١ - إذا كانت λ هى قيمة الزاوية على سطح الأرض بين خط الطول المطلوب رسمه وخط الطول الأوسط ، فإن الزاوية بين مسقطيهما تكون أيضا λ

وعلى ذلك يقع المركز المطلوب عند النقطة هـ حيث

> أ َ ب َ هـ = ٩٠° − λ

أ َهـ ÷ أ َب َ = ظتا λ

أ َهـ = أ َب َ ظتا λ = ٢ نق قا α ظتا λ

أى أن المركز يبعد عن خط الطول الأوسط بمسافة ٢ نق قا α ظتا λ

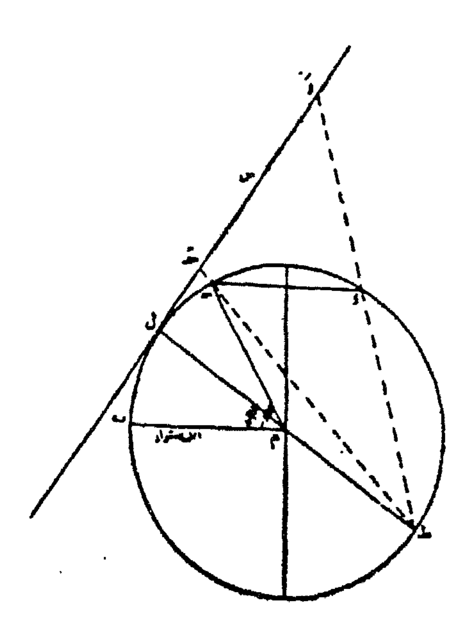
٢ - هـ َب َ ÷ أ َب َ = قتا λ

هـ َب َ = أ َب َ قتا λ = ٢ نق قا α قتا λ

أى أن نصف القطر المطلوب يساوى ٢ نق قا α قتا λ

لإيجاد مواقع مراكز أقواس دوائر العرض وأنصاف أقطارها

١ — إذا كانت حـ ، ء نقطتى تقاطع دائرة العرض ϕ مع خط الطول الأوسط على سطح الأرض فإن حـ َ ، ء َ وهما نقطتا تلاقى امتدادى ط حـ ، ط ء مع الخريطة يمثلان أقرب وأبعد نقطتين من مركز الخريطة ل وذلك بالنسبة لمحيط هذه الدائرة على المسقط .



شكل ٦٥

وتكون نقطة س الواقعة عند منتصف المسافة بين حـ ءَ ، ءَ هى مركز دائرة العرض φ — كما يكون س حـَ نصف قطر هذه الدائرة .

٢ — > ل م ب = زاوية عرض مركز الخريطة = α

> حـ م ب = زاوية عرض الدائرة المطلوب رسمها = φ

> ل م حـ = φ — α

> ل ط حـ = ½ (φ — α)

> ب م ء = ١٨٠ — φ

> ل م ء = ١٨٠ — φ — α = ١٨٠ — (φ + α)

> ل ط ء = ½ [(φ + α) — ١٨٠]

= ½ (φ + α) — ٩٠

$$\frac{\text{ل حَ}}{\text{ل ط}} = \text{ظا} < \text{ل ط حَ}$$

$$\text{ل حَ} = \text{ل ط} \times \text{ظا} < \text{ل ط حَ}$$

$$= \text{٢ نق ظا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha)$$

$$\frac{\text{ل ىَ}}{\text{ل ط}} = \text{ظا} < \text{ل ط ىَ}$$

$$\text{ل ىَ} = \text{ل ط ظا} < \text{ل ط ىَ} = \text{٢ نق ظتا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha)$$

$$\text{٤ − ل س} = \frac{\text{ل حَ} + \text{ل ىَ}}{2}$$

$$= \text{نق} \left[\text{ظا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha) + \text{ظتا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha) \right]$$

$$= \text{نق} \left[\frac{\text{جا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha)}{\text{جتا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha)} + \frac{\text{جتا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha)}{\text{جا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha)} \right]$$

$$= \text{نق} \left[\frac{\text{جا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha) \text{ حا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha) + \text{جتا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha) \text{ جتا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha)}{\text{جتا } \tfrac{1}{2}(\varphi - \alpha) \text{ جا } \tfrac{1}{2}(\varphi + \alpha)} \right]$$

$$= \frac{\text{٢ نق جتا } \alpha}{\text{جا } \alpha + \text{جا } \varphi}$$

أى أن مركز قوس دائرة العرض ϕ يقع على خط الطول الأوسط ويبعد

عن مركز الخريطة ل بمسافة ٢ نق $\frac{\text{جتا } \alpha}{\text{جا } \alpha + \text{جا } \phi}$

$$\text{ه — س ح}' = \frac{\text{ل و}' - \text{ل ح}'}{٢}$$

$$= \text{نق} \left[\text{ظتا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha) - \text{ظا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha) \right]$$

$$= \text{نق} \left[\frac{\text{جتا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha)}{\text{جا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha)} - \frac{\text{جا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha)}{\text{جتا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha)} \right]$$

$$= \text{نق} \left[\frac{\text{جتا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha) \text{ جتا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha) - \text{جا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha) \text{ جا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha)}{\text{جا} \tfrac{1}{2}(\phi + \alpha) \text{ جتا} \tfrac{1}{2}(\phi - \alpha)} \right]$$

$$= ٢ \text{ نق} \frac{\text{جتا } \phi}{\text{جا } \alpha + \text{جا } \phi}$$

أى أن نصف قطر قوس دائرة العرض ϕ يساوى ٢ نق $\frac{\text{جتا } \phi}{\text{جا } \alpha + \text{جا } \phi}$

<u>مثال</u>

مسقط استريوجرافى منحرف مركزه عند العرض ٣٠° شمال ؛ المقياس ١ : ٥٠ مليون مع بيان خطوط الطول والعرض كل ١٥°.

١ - نق = ١٢٫٧٤ سم

٢ — نصف قطر الدائرة المحددة المسقط ٢ نق = ٢٥٫١٨ سم

٣ — بعد نقطة القطب ب َ عن مركز الخريطة ل = ٢ نقظا (٤٥ — $\frac{٣}{٢}$)

= ١٤٫٧١١ سم

٤ — بعد خط العرض ٣٠° جنوب عن مركز الخريطة = ٢ نق ظا ٣٠

= ١٤٫٧١١ سم

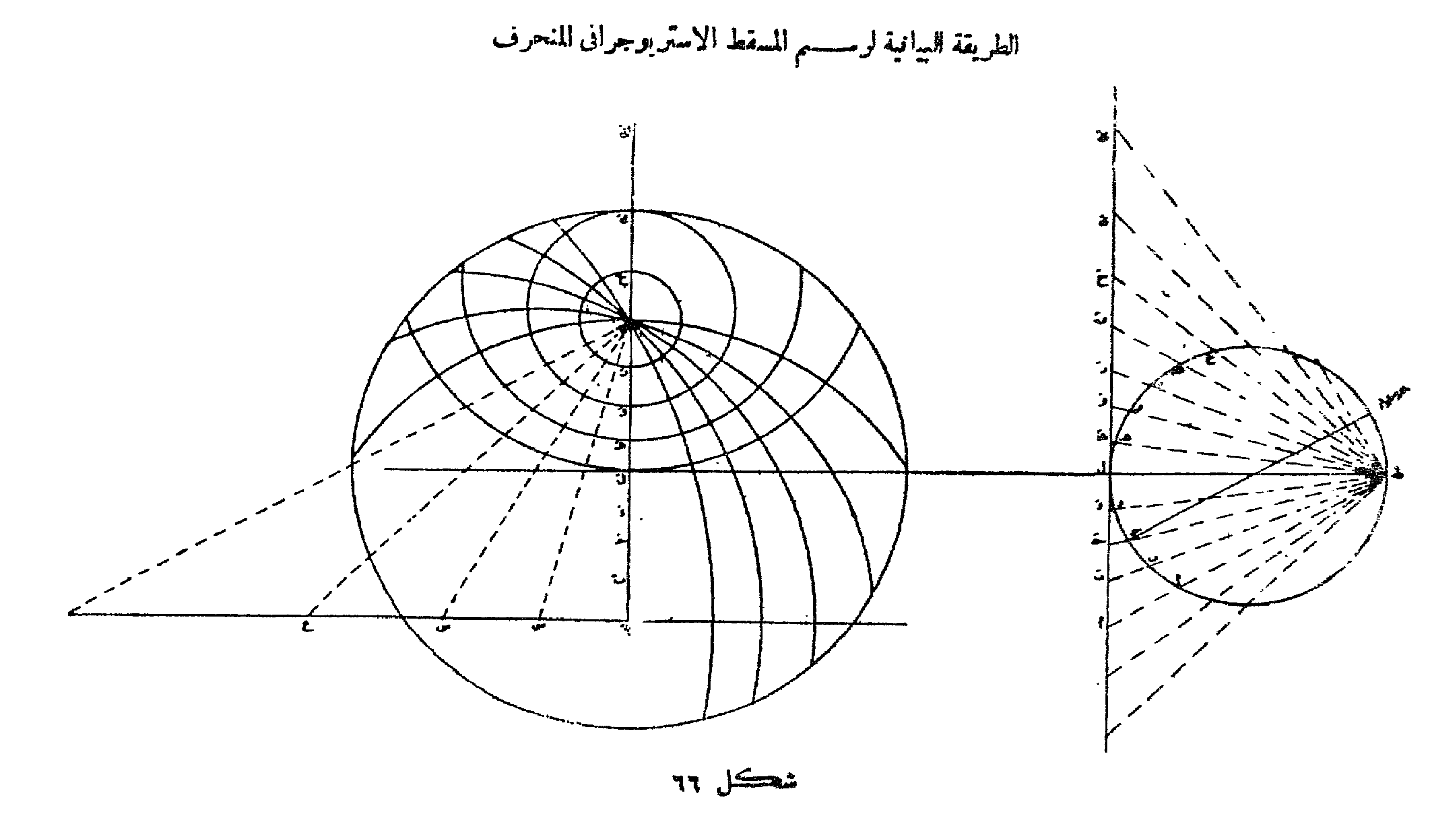
٥ — أقواس دوائر الطول

λ	بعد مركز الدائرة عن خط الطول الأوسط ٢ نق قا ٣٠° ظتا λ	قيمة نصف القطر ٢ نق قا ٣٠ قتا λ
١٥°	١٠٩٫٨٠٤ سم	١١٣٫٦٧٧ سم
٣٠°	٥٠٫٩٦٠ »	٥٨٫٨٤٤ »
٤٥°	٢٩٫٤٢١ »	٤١٫٦٠٩ »
٦٠°	١٦٫٩٨٧ »	٣٣٫٩٧٣ »
٧٥°	٧٫٨٨٣ »	٣٠٫٤٦٠ »
٩٠°	صفر	٢٩٫٤٤٢ »

٦ — أقواس دوائر العرض

φ	بعد مركز الدائرة عن مركز الخريطة ل ٢ نق جتا ٣٠ / (حا ٣٠ + حا φ)	قيمة نصف القطر ٢ نق حا φ / (حا ٣٠ + حا φ)
٧٥° ش	١٥ر٠٠٣ سم	٤ر٥٠٠ سم
٦٠ ش	١٦ر١٥٤	٩ر٣٢٦
٤٥ ش	١٨ر٢٨٠	١٤ر٩٢٦
٣٠ ش	٢٢ر٠٦٦	٢٢ر٠٦٦
١٥ ش	٢٩ر٠٨٠	٣٢ر٤٣٤
الاستواء	٤٤ر١٣٣	٥٠ر٩٦٠
١٥ ح	٩١ر٤٩٣	١٠٢ر٥٤٧
٣٠ ح	خط مستقيم يبعد عن مركز الخريطة بمسافة ١٤ر٧١١ سم (خطوة ٣)	
٤٥ ح	١٠٦ر٥٤٦	٨٦ر٩٩٤

الطريقة البيانية لرسم المسقط الاستريوجرافى المنحرف



شكل ٦٦

طريقة الرسم

١ — ترسم دائرة تمثل خط الطول الأوسط على سطح الأرض .

٢ — يرسم ط ل قطر أفقيا فى الدائرة . ط تمثل مركز الاسقاط ، ل تمثل مركز الخريطة . وعند ل يرسم مماس للدائرة يمثل خط الطول الأوسط فى المسقط

٣ — يرسم قطر آخر فى الدائرة يصنع مع القطر ط ل زاوية تساوى زاوية عرض مركز الخريطة . هذا القطر يمثل الاستواء .

ويمين القطبين على محيط الدائرة .

٤ — نحدد النقط ا ، ب ، حـ ، و ، هـ ، ... على محيط الدائرة ، تمثل تقاطعات خطوط العرض المختلفة مع خط الطول الاوسط .

٥ — تمد المستقيمات ط ا ، ط ب ، ط حـ ، ... ، ط ن ، ... على استقامتها حتى تقابل المماس عند ل فى النقط اَ ، بَ ، حـَ ، . ، نَ ، ... على التوالى

٦ — نمـــد ط ل على استقامته الى لَ . ومن المركز لَ نرسم الدائرة المحددة للمسقط بنصف قطر يساوى قطر الدائره الأرضية ط ل .

٧ — نرسم قطرا رأسيا فى الدائرة المحددة للمسقط يمثل خط الطول الأوسط

٨ — على خط الطول الأوسط فى المسقط نحدد مواقع النقط اَ ، بَ ، حـَ وَ ، هـَ ، ... السابق الحصول عليها فى الخطـوة (٥)

٩ — عند اَ نرسم مستقيما عموديا على خط الطول الأوسط يمثـــل دائرة عرض مركز الاسقاط ط ويكون هـو أيضا المحـل الهندسى لمراكز أقـــواس

١٠ — على المحل الهندسى السابق ، تحدد مراكز الاقواس المطلوبة عند س ، ص ، ع ... بحيث تكون الزوايا أ َ ن َ س ، أ َ ن َ ص ، أ َ ن َ ع ، ... مساوية لمتممات زوايا الطول المطلوبة . ومن س ، ص ، ع ، ... ترسم الأقواس المطلوبة بأنصاف أقطار س ن َ ، ص ن َ ، ع ن َ ، ...

١١ — ترسم دوائر العرض بحيث تكون أزواج النقط المتنـــاظرة على خط الطول الاوسط أقطارا فيها : مثل ج َ ر َ ، ى َ و َ ، ك َ هـ َ ، ...

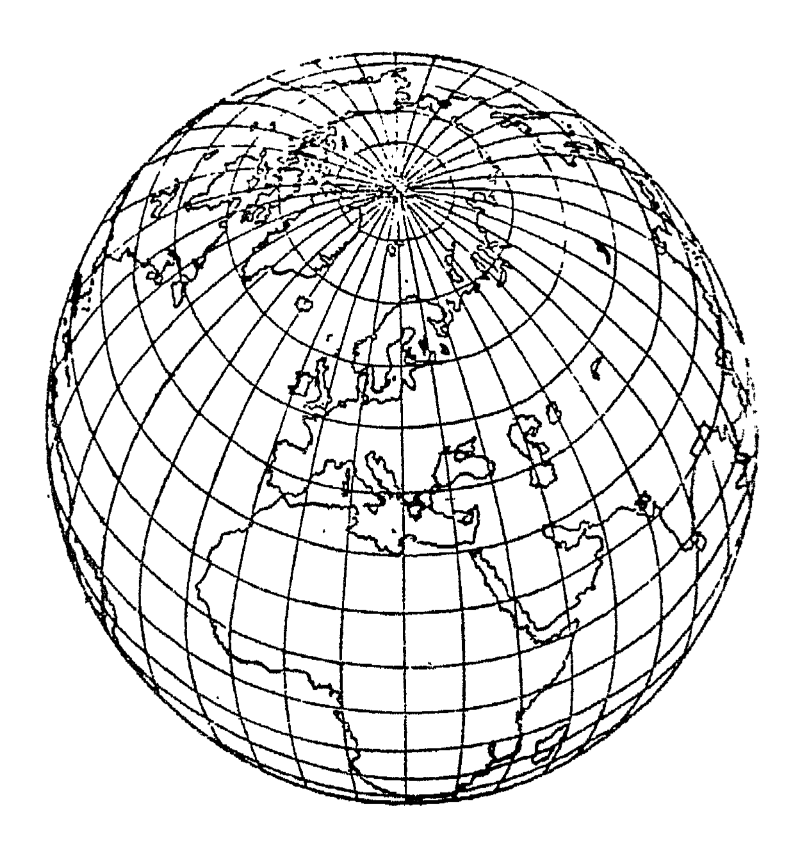
المسقط الاستريوجرافى المنحرف بمقياس كبير

فى نهاية هذا الباب يوجد مثال محسوب لمسقط استريوجرافى منحـــرف باستخدام المسافات والإتجاهات على سطح الأرض بين مركز الخريطة وباقى النقط المطلوب بيانها على الهيكل الجغرافى .

٣ — المسقط الأورثوجرافى

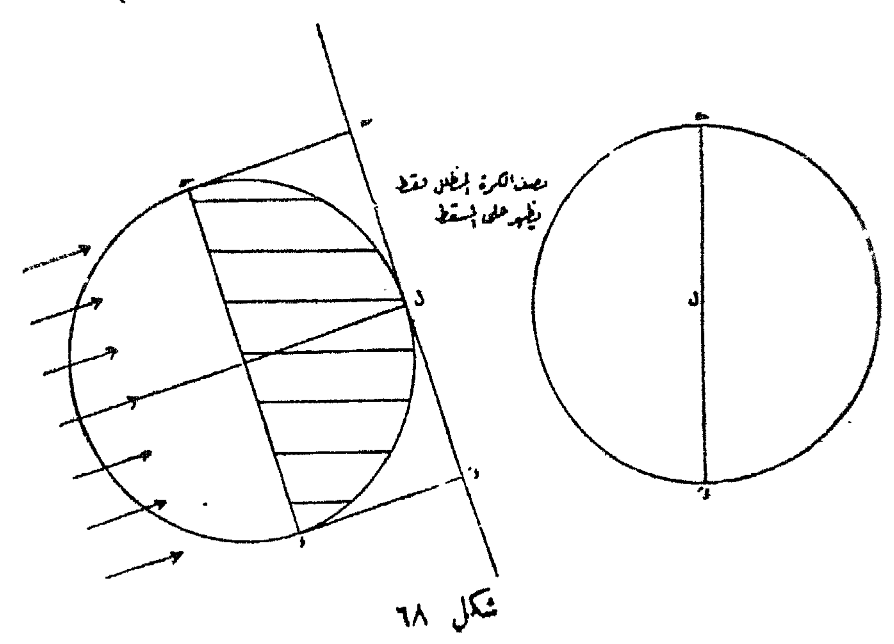
فى هذا المسقط الاتجاهى المنظور تكون أشعة الإسقاط متوازية وعمودية على سطح الخريطة .

وبصفة عامة ، أى دائرة مرسومة على سطح الأرض تسقط الى قطع ناقص سطح الخريطة إلا اذا كان مستوى تلك الدائرة عموديا على أشعة الاسقاط وعندئذ تسقط تلك الدائرة الى دائرة مساوية لها تماماً - كما وأنه إذا كان مستوى تلك الدائرة يوازى أشعة الاسقاط فعنـــدئذ تسقط الدائرة الى خط مستقيم طوله يساوى قطر الدائرة .



شكل ٦٧

مسقط أورثوجرافي مركزه (عرض ٥٠° شمال ، طول ٢٠° شرق)



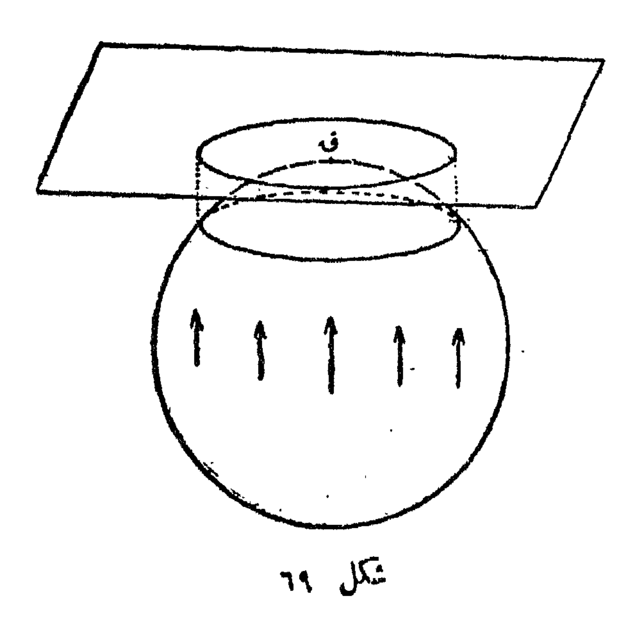
شكل ٦٨

الدائرة المحددة للمسقط

على المسقط الاورثوجرافى لا يمكن بيان سوى نصف الكرة الأرضيـة الذى يتوسطه مركز الخريطة ل ، وهذا النصف يحده على سطح الأرض دائرة عظمى يكون مستواها عموديا على مسار أشعة الإسقاط . ولذلك تسقط هذه الدائرة العظمى الى دائرة مساوية تماما وتسمى الدائرة المحددة للمسقط .

أولا : المسقط الأورثوجرافى القطبـى

سطح الخريطة يمس سطح الأرض عند نقطة القطب . وأشـعة الاسقاط تكون موازية لمحور دوران الارض .



شكل ٦٩

تسقط خطوط الطول الى خطوط مستقيمة وتكون الزوايا بينها مساوية للزوايا الأصلية بين خطوط الطول عند القطب الأرضى .

واضح أن دوائر العرض تسقط الى دوائر مساوية تماماً للدوائر الأصلية على سطح الأرض ويكون مركزها عند نقطة القطب .

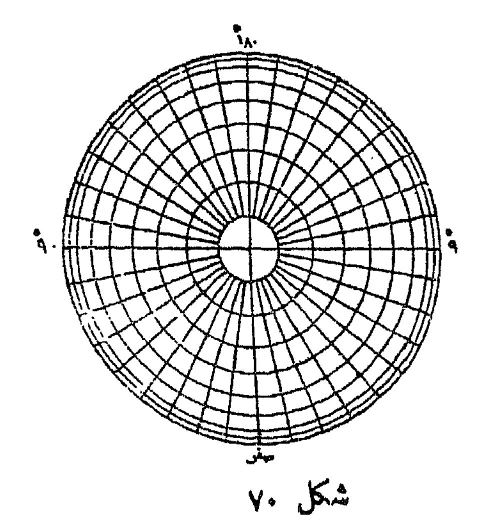
نصف قطر دائرة العرض ϕ على الأرض = نق جتا ϕ

طريقة الإنشاء

١ — ترسم مجموعة من الخطوط المتقابلة فى نقطة تصنع فيما بينها زوايا متساوية (١٠° فى شكل ٧٠) . هذه تمثل خطوط الطول .

٢ — من نقطة تقابل خطوط الطول (التى تمثل القطب) كمركز - ترسم دوائر العرض بانصاف أقطار تساوى نق جتا ϕ (نق جتا ٨٠° ، نق جتا ٧٠° ، نق جتا ٦٠° ، ... فى شكل ٧٠)

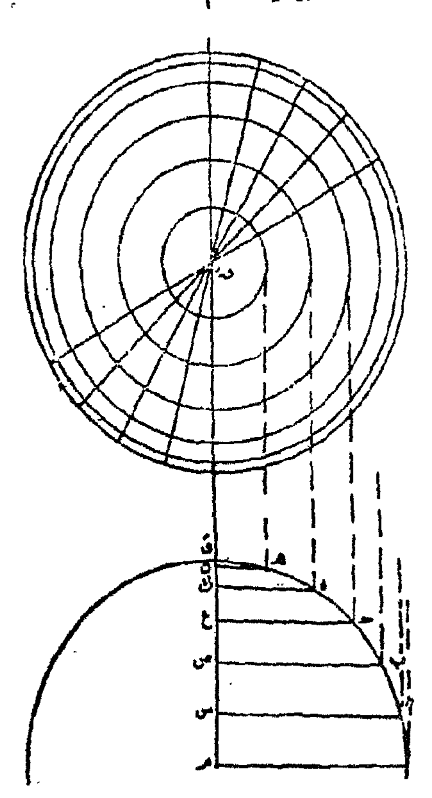
هذه الدوائر تمثل دوائر العرض



شكل ٧٠

الهيكل الجغرافى لمسقط اورثوجرافى قطبي

الطريقة البيانية لرسم المسقط الارثوجرافى القطبى



شكل ٧١

طريقـة الرسم

١ — من المركز م ترسم دائرة تمثل الأرض (شكل ٧١)

٢ — يرسم قطر أفقى يمثل الاستواء وقطر رأسى يمر بالقطب ق

٣ يقسم محيط الدائرة الى أقسام متساوية عند النقط ا ، ب ، حـ ...

٤ — نسقط أعمدة من النقط ا ، ب ، حـ ، ... على القطر الرأسى لتقابله

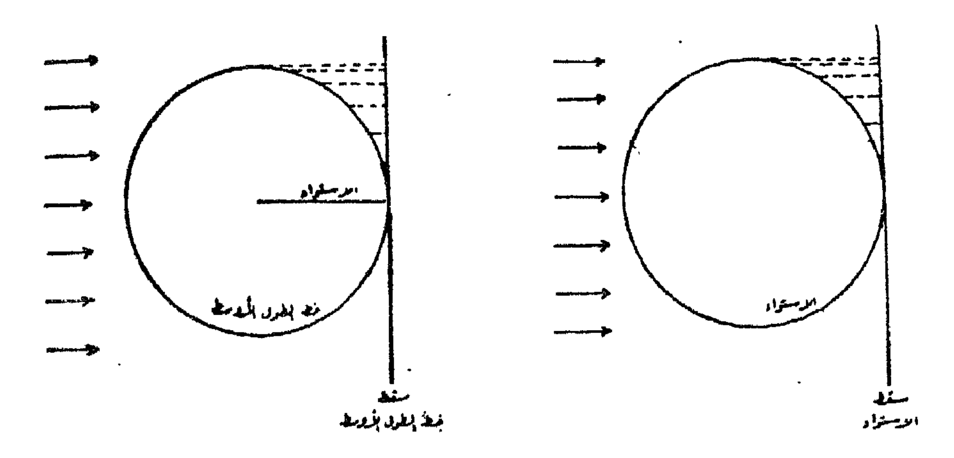
ق س ، ص ، ع ، ...

٥ — من نقطة مثل ق َ على الخريطة ترسم مجموعة خطوط الطول تصنع فيما بينها زوايا متساوية

٦ — من المركز ن َ ترسم دوائر العرض بأنصاف أقطار تساوى س ا س ب ، ع حـ ، ...

ثانيا : المسقط الاورثوجرافى الاستوائى

سطح الخريطة يمس سطح الأرض عند خط الاستواء وأشعة الاسقاط تكون موازية لمستوى الاستواء



شكل ٧٢

تظهر خطوط العرض على المسقط خطوطاً مستقيمة متوازية وتتباعد عن الاستواء بنفس المسافات التى تتباعد بها مستوياتها عن مستوى الاستواء على الارض .

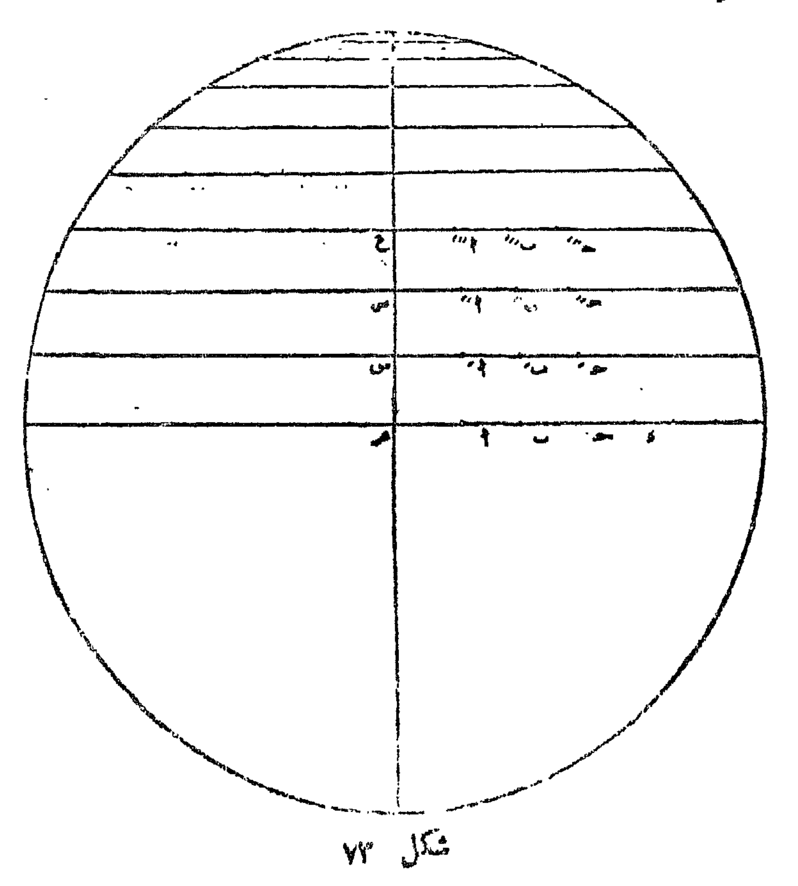
وبخلاف خط الطول الأوسط الذى يظهر على شكل خط مستقيم ، تظهر

باقى خطوط الطـــول على شكل قطاعات ناقصـــة محورها الأكبر هو خط الطول الأوسط .

ويمكن بالرجوع الى شكل ٧٢ ، التأكد من أن المسافات على خط الطول الأوسط بين خطوط العرض المختلفة تساوى المسافات على خط الاستواء بين خطوط الطول المختلفة .

وأن المسافة على أى من الطول الأوسط أو الاستواء من مركز الخريطـــة تساوى نق جا (زاوية العرض) أو نق جا (زاوية الطول)

طريقة الإنشاء



شكل ٧٣

١ — نرسم الدائرة المحددة للمسقط من المركز م وبنصف قطر يساوى نصف قطر الأرض .

٢ — نرسم قطرا رأسيا يمر بالقطبين ويمثل خط الطول الأوسط كما نرسم قطرا أفقيا يمثل الاستواء .

٣ — نقسم محيط الدائرة الى أقسام متساوية ومن نقط التقسيم نرسم موازيات للاستواء تمثل خطوط العرض .

(نلاحظ ان خط العرض يبلغ طوله ٢ نق جتا φ أى قطر دائرة العرض الأصلية على سطح الأرض كما يبعد خط العرض عن الاستواء بمسافة نق جا φ وهى نفس المسافة التى كان يبعد بها مستوى دائرة العـــرض φ عن مستوى الاستواء) .

٤ — نقسم خط الاستواء بالنقط ا ، ب ، حـ ، ... بنفس النسب التى بها قسمت خطوط العرض خط الطول الاوسط (ف س ، ص ، ع ، ...)

٥ — نرسم القطاعات الناقصة التى تمثل خطوط الطول بحيث يكون خط الطول الاوسط محوريا أكبر فيها وبحيث تمر فى كل من النقط ا ، ب ، حـ ، ... فتنتج خطوط الطول .

ملحوظة مفيدة .

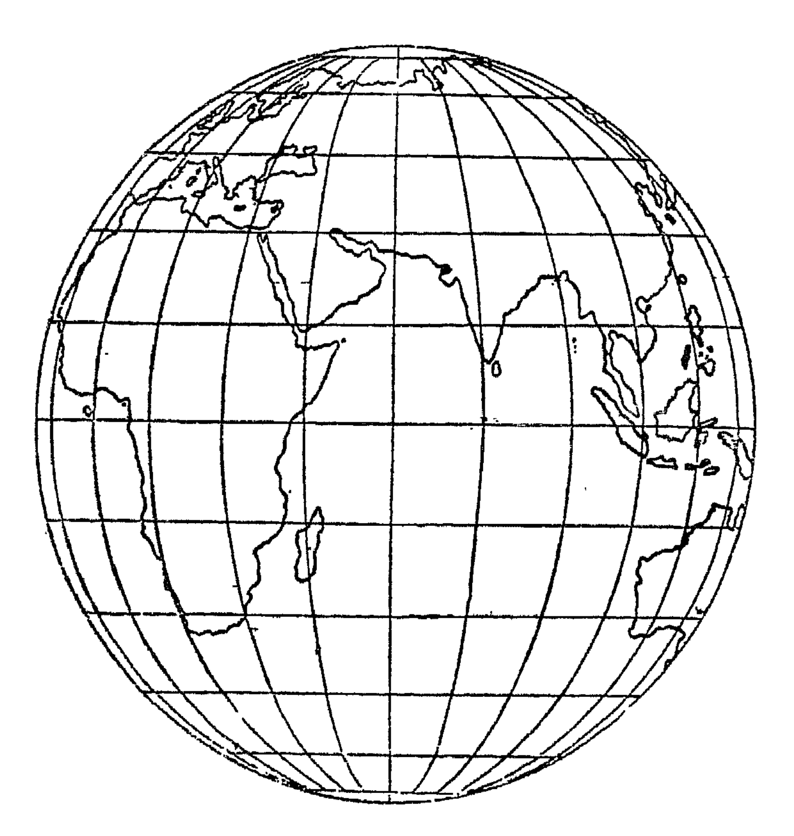
للمساعدة فى رسم القطاعات الناقصة التى تمثل خطوط الطول ، يمكن تحديد النقط ا َ ، ب َ ، حـ َ ، ... وكذلك ا ً ، ب ً ، حـ ً ، ... على كل خط من خطوط العرض بالطريقة الآتية :

١ — م ا = نق حا ١٠° ، م ب = نق حا ٢٠°

م حـ = نق حا ٣٠ ، ......

٢ — أطوال خطوط العرض من الطول الأوسط وحتى محيط الدائرة المحددة تساوى نق جتا ١٠° ، نق جتا ٢٠° ، نق جتا ٣٠° ، ...

٣ — يقسم كل خط عرض بنفس النسب التى تم بها تقسيم الاستواء . وبذلك يكون



شكل ٧٤

نصف الكرة الشرقى على مسقط أورتوجرافى استوائى

س ا َ = نق جتا ١٠° حا ١٠° ، س ب َ = نق جتا ١٠° حا ٢٠° ،

س حـ َ = نق جتا ١٠° حا ٣٠° ، ......

ويكون

ص ا ً = نق جتا ٢٠° جا ١٠° ، ص ب ً = نق جتا ١٠° حا ٢٠° ،

ص حـ ً = نق جتا ٢٠° جا ٣٠° ، ......

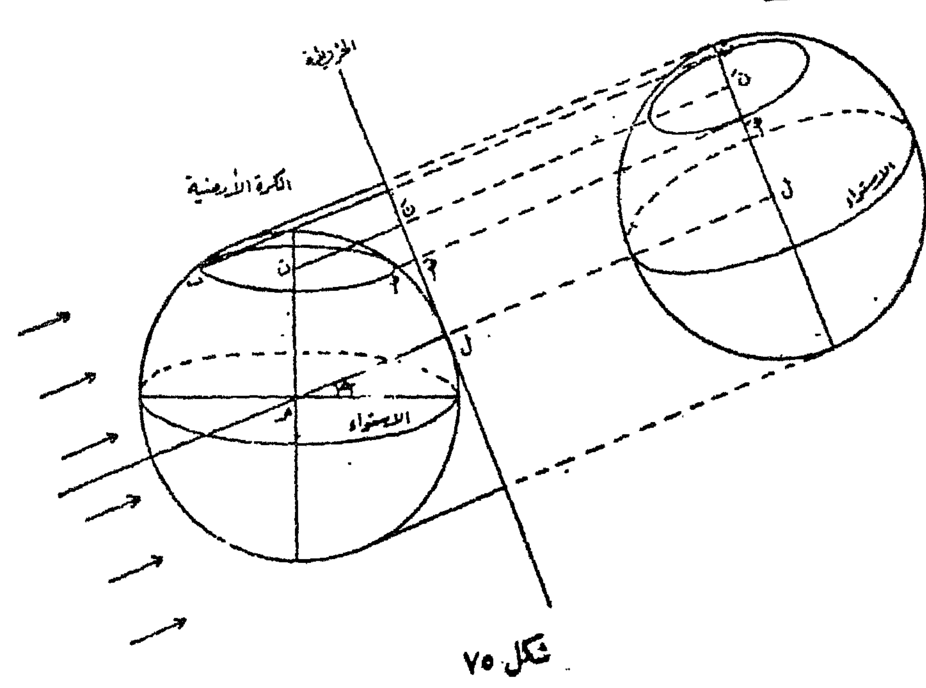
ويكون

ع ا ً َ = نق جتا ٣٠° جا ١٠° ، ع ب ً َ = نق جتا ٣٠° جا ٣٠° ،

ع حـ ً َ = نق جتا ٣٠° جا ٣٠° ، ...

المسقط الأورثوجرافي المنحرف

في هذه الحالة تسقط جميع خطوط الطول والعرض إلى قطاعات ناقصة ماعدا خط الطول الأوسط الذي يسقط إلى قطر في الدائرة المحددة .



شكل ٧٥

الخصائص الهندسية للمسقط

١ — نفرض أن مركز الخريطة ل (نقطة التماس مع سطح الأرض) تقع عند العرض α . فى هذه الحالة تميل أشعة الإسقاط على الاستواء بزاوية α .

٢ — نفرض أن ن مركز دائرة العرض ϕ على الكرة الأرضية وأن نَ هو مسقطها على الخريطة .

م ن على الأرض = نق حا ϕ

ل نَ = م ن جتا α = نق حا ϕ حا α

أى أن مركز القطع الناقص الذى يمثل دائرة العرض ϕ على المسقط يقع على خط الطول الأوسط وعلى بعد من مركز الخريطة يساوى نق حا ϕ جتا α

٣ — اَ نَ هو نصف المحور الأصغر للقطع الناقص لدائرة العرض ϕ .

اَ نَ = ا ن حا α

لكن ا ن هو نصف قطر دائرة العرض ϕ ويساوى نق جتا ϕ

اَ نَ = نق جتا ϕ حا α

٤ — المحور الأكبر للقطع الناقص لدائرة العرض لايتعرض لأى تغيير فى طوله عندما يسقط إلى سطح الخريطة لأنه يوازى سطح الخريطة .

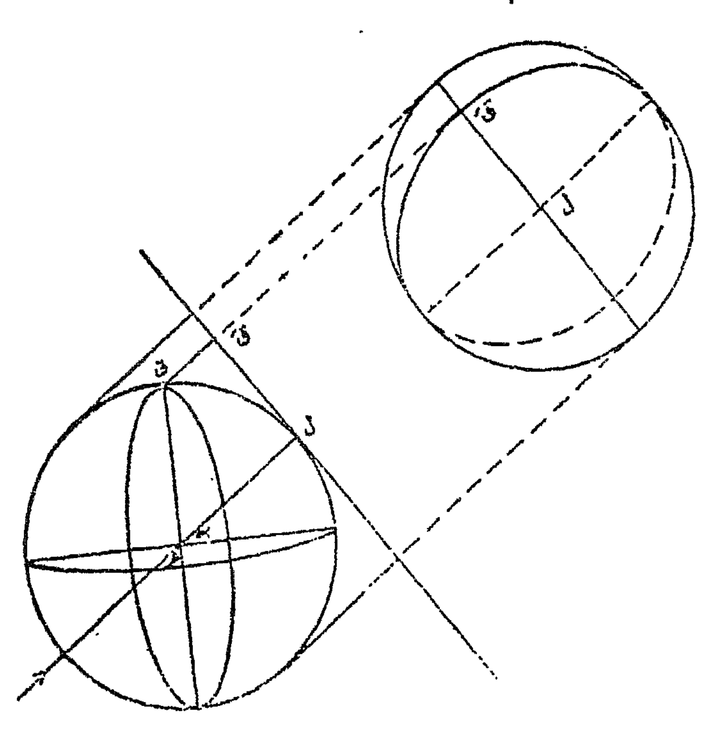
أى أن نصف طول المحور الأكبر للقطع الناقص لدائرة العرض ϕ يساوى نق جتا ϕ .

وعلى ذلك فالخطوات (٢) ، (٣) ، (٤) تحدد شكل وموقع القطع الذى يمثل دائرة عرض .

٥ — خط الطول المرسوم على سطح الأرض والذى يبعد ٩٠° طوليه عن خط الطول الأوسط يسقط إلى قطع ناقص ويكون محوره الأكبر مساويا ٢ نق . أى بدون تغيير لأنه يوازى سطح الخريطة . ويكون محوره الأكبر عموديا على خط الطول الأوسط .

ويكون نصف محوره الأصغر ل قَ هو مسقط م ق على الخريطة

ل قَ = م ق جتا α = نق جتا α



شكل ٧٦

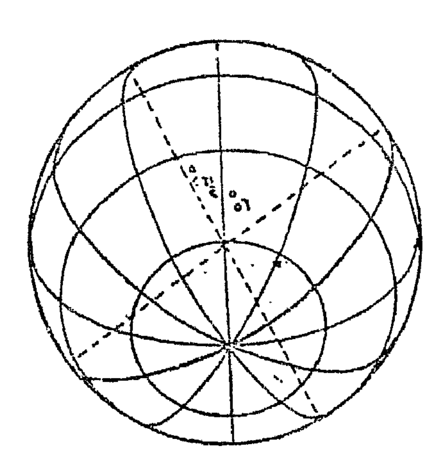
٦ — خط الطول المرسوم على سطح الأرض والذى يبعد بزاوية طول مقدارها λ عن خط الطول الأوسط ، يسقط إلى قطع ناقص مركزه هو مركز الدائرة المحددة (ل) ويكون طول محوره الأكبر ٢ نق بدون تغيير ويميل محوره الأكبر على خط الطول الأوسط بزاوية هـ حيث

$$\text{ظا هـ} = \text{ظا } \lambda \text{ حا } \alpha$$

ويكون نصف محوره الأصغر مساويا نق جتا α حا λ

مثـــال :

مسقط أورثوجراف مركزه عند العرض ٦٠° جنوبية يمثـــل كرة أرضية نصف قطرها ٢٥ سم .



شكل ٧٧

أولا : قطاعات الطول

الطول λ	زاوية ميل المحور الأكبر على خط الطول الأوسط (هـ) ظا هـ = ظا λ جا α	نصف المحور الأصغر نق جتا α جا λ
٣٠°	ظا ٣٠ جا ٦٠ هـ = ٢٦½°	٢٥ جتا ٦٠ جا ٣٠ = ٦٫٢٥ سم
٦٠	ظا ٦٠ جا ٦٠ هـ = ٥٦	٢٥ جتا ٦٠ جا ٦٠ = ١٠٫٨٢
٩٠	ظا ٩٠ جا ٦٠ هـ = ٩٠	٢٥ جتا ٦٠ جا ٩٠ = ١٢٫٥٠

ثانيا : قطاعات العرض مبينة فى الجدول فى الصفحة المقابلة

المسقط الأورثوجرافى المنحرف بمقياس كبير

فى نهاية هذا الباب يوجد مثـــال محسوب لمسقط أورثوجرافى منحرف باستخدام المسافات والاتجاهات على سطح الأرض من مركز الخريطة إلى باقى النقط المطلوب بيانها على الهيكل الجغرافى .

٤ — المسقط الاتجـاهى متساوى المسافات

كما تبين من اسم المسقط يكون الاتجاه من مركز الخريطة إلى أى مكان على الخريطة مساويا لنفس الاتجاه على سطح الأرض وكذلك تكون المسافة المستقيمة من مركز الخريطة إلى أى مكان عليها مساوية للمسافة (على الدائرة العظمى) المناظرة على سطح الأرض .

ولحســاب المسافات والاتجـــاهات على سطـح الأرض يلزم الإلمام

ثانيا : قطاعات العرض

العرض ϕ	بعد مركز القطع عن مركز الخريطة نق جتا ϕ جتا α	نصف المحور الأكبر نق جتا ϕ	نصف المحور الأصغر نق جتا ϕ حا α
القطب	٢٥ جا ٩٠° جتا ٦٠ = ١٢٫٥٠ سم	—	—
٦٠° حـ	٢٥ جا ٦٠ جتا ٦٠ = ١٠٫٨٢	٢٥ جتا ٦٠ = ١٢٫٥٠	٢٥ جتا ٦٠ جا ٦٠ = ١٠٫٨٢
٣٠° حـ	٢٥ جا ٣٠ جتا ٦٠ = ٦٫٢٥	٢٥ جتا ٣٠ = ٢١٫٦٥	٢٥ جتا ٣٠ جا ٦٠ = ١٨٫٧٥
الاستواء	٢٥ جا ٠٠ جتا ٦٠ = ٠٫٠٠	٢٥ جتا ٠٠ = ٢٥٫٠٠	٢٥ جتا ٠٠ جا ٦٠ = ٢١٫٦٥

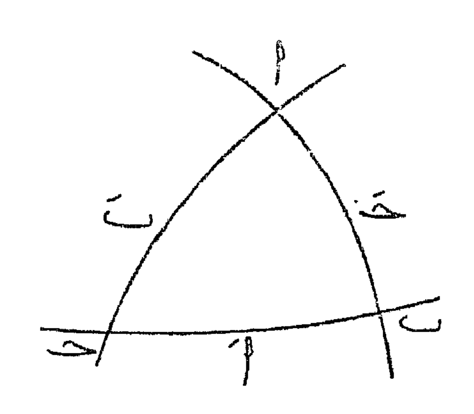
حساب المثلثات الكروية

المثلث الكروى

المثلث الكروى هو الشكل المرسوم على سطح كرة والذى ينتج من تقاطع ثلاث دوائر عظمى .

ويقاس طول ضلع فى المثلث بقيمة الزاوية التى يصنعها عند مركز الكرة .

قوانين المثلثات الكروية



شكل ٧٨

إذا كانت أ ، ب ، حـ رؤوس مثلث كروى وكانت أ َ ، ب َ ، حـ َ هى الأضلاع المقابلة .

توجد قوانين كثيرة تربط زوايا وأضلاع المثلث نذكر منها القوانين الأساسية الآتية :

قوانين الجيب

$$\frac{\text{جا أ}}{\text{جا أ َ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{جا ب َ}} = \frac{\text{جا حـ}}{\text{جا حـ َ}}$$

قوانين الجيب تمام

جتا أ َ = جتا ب َ جتا حـ َ + جا ب َ جا حـ َ جتا أ

جتا ب َ = جتا حـ َ جتا أ َ + جا حـ َ جا أ َ جتا ب

جتا حـ َ = جتا أ َ جتا ب َ + جا أ َ جا ب َ جتا حـ

تحويل القياس الزاوى إلى قياس طولى

الميل الجغرافى هو طول قوس على سطح الارض يقابل زاوية عند مركز الكرة الأرضية مقدارها دقيقة واحدة .

ولما كانت الأرض غير كاملة التكور لذلك تختلف قيمة الميل الجغرافى من مكان لآخر. وتم الاتفاق على أن القيمة المتوسطة للميل الجغرافى تعادل ١٨٥٢ متر وهى القيمة التى يبلغها طول القوس عند العرض ٤٥° .

فإذا كان هناك قوساً من دائرة عظمى على سطح الأرض طوله ٤٠ درجة أى يساوى ⅑ محيط الأرض (٣٦٠°) فإن طول هذا القوس = ٤٠° × ٦٠´ = ٢٤٠٠´ أى ٢٤٠٠ ميل جغرافى .

ويساوى تقريباً ٢٤٠٠ × ١٫٨٥٢ = ٤٤٤٥ كيلو متر



شكل (٧٩)

العالم على مسقط إتجاهى متساوى المسافات

المسافات والاتجاهات على الخريطة من مدينة نيويورك تمثل المسافات والاتجاهات الاصلية على سطح الأرض

إستخدام المسقط الاتجاهى متساوى المسافات

يعطى المسقط المسافة الصحيحة والاتجاه الصحيح من مركز الخريطة إلى أى مكان آخر على الخريطة. وبرسم خريطة مركزها عند محطة إرسال لاسلكية تعطى الخريطة أبعاد واتجاهات الأماكن المختلفة من محطة الإرسال وبذلك يمكن تحديد إتجاهات الهوائيات والقدرات المطلوبة لتوصيل الإذاعات إلى مختلف الأماكن .

أولا المسقط الإتجاهى متساوى المسافات القطبى

كما هو الحال فى جميع المساقط الإتجاهية تكون الإتجاهات عند القطب صحيحة ولذلك تظهر خطوط الطول مستقيمة متلاقية عند نقطة القطب .

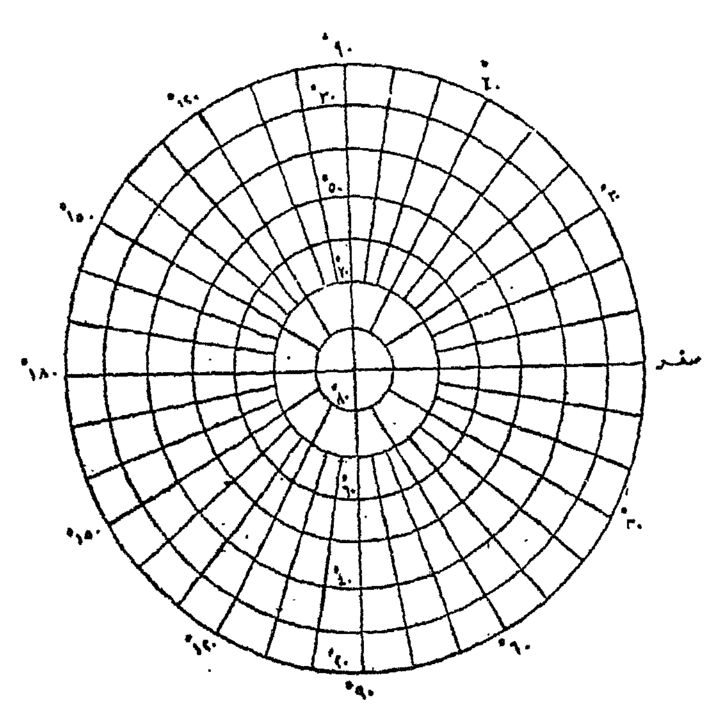
على سطح الأرض تكون جميع النقط التى تكون دائرة من دوائر العرض على أبعاد متساوية من القطب ولذلك تظهر دوائر العرض على المسقط على هيئة دوائر ويكون نصف قطر دائرة العرض على المسقط مساويا للمسافة القوسية على سطح الأرض بين نقطة القطب وأى نقطة من نقط دائرة العرض .

طريقة الإنشاء

١ ـ ترسم مجموعة خطوط الطول المستقيمة تصنع فيما بينهـــا زوايا متساوية وتساوى الزوايا المناظرة على سطح الأرض .

٢ ـ ترسم دوائر العرض مراكزها عند نقطـــة القطب الواقعة عند تلاقى خطوط الطول وبأنصاف أقطار تساوى المسافة القوسية المناظرة على سطح الأرض.

$$\text{نق}_{\phi} = \text{نق} \times (٩٠ - \phi) \times \frac{\text{ط}}{١٨٠}$$



شكل ٨٠

الهيكل الجغرافى لمسقط إتجاهى متساوى المسافات قطبى

<u>مثـــال :</u> مسقط إتجاهى متساوى المسافات قطبى بمقياس ١ : ١٠٠ مليون .

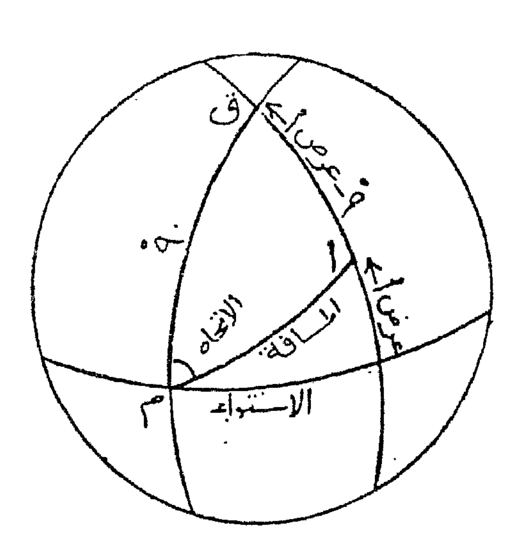
نق = ٦ر٣٧٠ سم

$$\text{نق}_{٨٠} = ٦ر٣٧٠ \times (٩٠ - ٨٠) \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} = ١ر١١١٨ \text{ سم}$$

$$\text{نق}_{٧٠} = ٢ر٢٢٣٥ \qquad \text{نق}_{٦٠} = ٣ر٣٣٤٣$$

نق٥٠ = ٤٫٤٤٧١ نق٤٠ = ٥٫٥٥٨٩

ثانيا : المسقط الاتجاهى متساوى المسافات الإستوائى



شكل ٨١

يقع مركز الخريطة عند نقطة على الاستواء مثل م ، ويتم حساب البعد من مركز الخريطة إلى جميع النقط التى تشكل الهيكل الجغرافى مثل نقطة ا ، كما يتم حساب الإتجاه (الانحراف) أى الزاوية التى يصنعها م ا مع اتجاه الشمال عند م وهو اتجاه خط الطول م ق .

المثلث الكروى الذى يجمع م ، ا مع نقطة القطب ق تتحدد عناصره كالآتى:

١ - ق نقطة القطب ، م نقطة على الاستواء فيكون ق م = ٩٠° .

٢ - تبعد ا عن الاستواء بمقدار زاوية عرضها φ فيكون ق ا = ٩٠° - φ

٣ - خط الطول الذى يمر بنقطة ا يصنع زاوية λ مع خط طول النقطة م

وقيمة هذه الزاوية تساوى الفرق بين طولى كل من ؟ ، م .

يتم الحصول على المسافة ا م مقـــدرة بالدرجات من العلاقة

جتا ا م = جتا φ جتا λ .

كما يتم الحصول على الاتجاه (< ق م ا) من العلاقة

ظا (الاتجاه) = ظتا φ جا λ .

وبعد حساب المسافة والاتجاه لكل نقطة يتم التوقيع على الخريطة ثم يتم توصيل النقط المشتركة فى نفس الطول فينتج الهيكل المطلوب .

مثـــال: مسقط إتجـاهى متساوى المسافات استوائى مركزه عند تلاقى الاستواء بخط طول جرينتش مـــع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠° .

بعـــد النقطة (عرض ٣٠° شمال ، طول ٦٠° شرق) عن مركز الخريطة

جتا (البعد) = جتا ٣٠ جتا ٦٠

البعد = ٦٤٫٣٤١° = ٣٨٦٠ ميل جغرافى = ٧١٥٠ كيلو متر

ظا (الاتجاه) = ظتا ٣٠ جا λ

الاتجاه = ٥٦٫٣١٠°

وبتكرار هذا العمل مع باقى النقط المطلوبة لتشكيل الهيكل الجغرافى نحصل على الجدول الآتى :

قائمة الاتجاهات والمسافات على سطح الأرض

طول / عرض	٣٠°		٦٠°	
	اتجاه	مسافة	اتجاه	مسافة
٣٠	٤٠٫٨٩٣°	٤١٫٤١٠°	١٦٫١٠٢°	٦٤٫٣٤١°
٦٠	٥٦٫٣١٠	٦٤٫٣٤١	٢٦٫٥٦٥	٧٥٫٥٢٢
٩٠	٦٠٫٠٠٠	٩٠٫٠٠٠	٣٠٫٠٠٠	٩٠٫٠٠٠
١٢٠	٥٦٫٣١٠	١١٥٫٦٥٩	٢٦٫٥٦٥	١٠٤٫٤٧٨
١٥٠	٤٠٫٨٩٣	١٣٨٫٥٩٠	١٦٫١٠٢	١١٥٫٦٥٩
١٨٠	٠٠٫٠٠٠	١٥٠٫٠٠٠	٠٠٫٠٠٠	١٢٠٫٠٠٠

وبتوقيع النقط وتوصيلها نحصل على الهيكل الجغرافى فى شكل ٨٢ .

المعروف أن التوقيع باستخدام الاحداثيات المتعامدة يكون أدق وأسهل من التوقيع باستخدام الاتجاه والمسافة . والجدول الآتى يعطى احداثيات النقط التى تشكل الهيكل الجغرافى باعتبار نقطة الأصل عند مركز الخريطـــة وينطبق محور الصادات على خط الطول الأوسط كما ينطبق محور السينات على الاستواء

وتكون معادلات التحويل من الاحداثيات القطبية (اتجاه ومسافة) الى الاحداثيات المتعامدة (س ، ص) كالآتى :

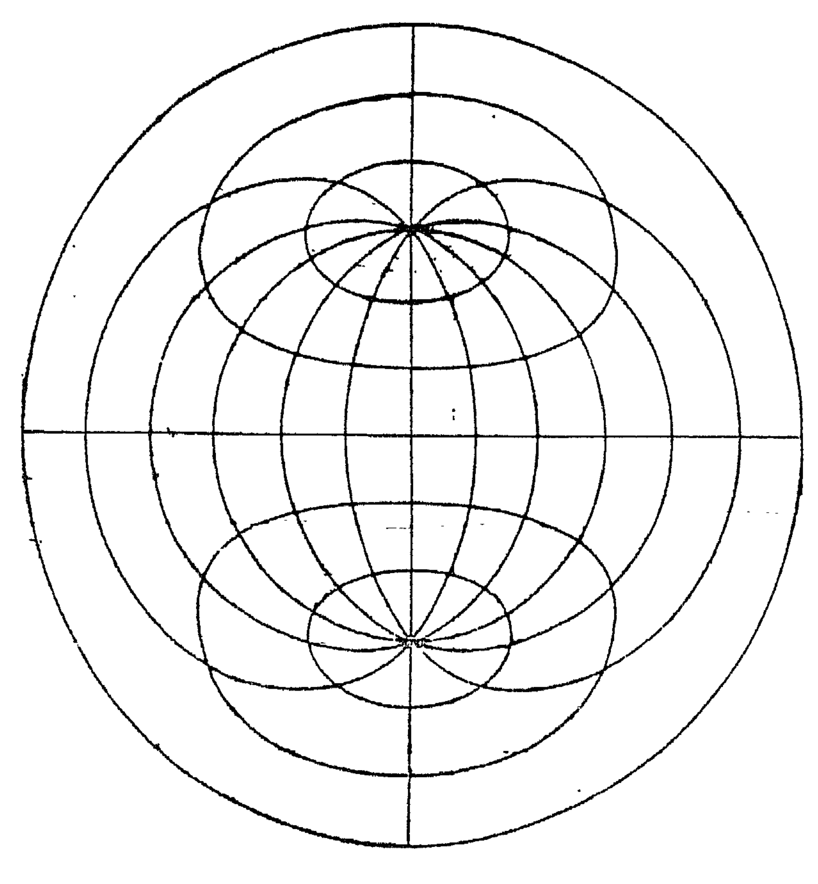
س = المسافة × جا (الاتجاه)

ص = المسافة × جتا (الاتجاه)

قائمة الأحداثيات المتعامدة على الخريطة

المقياس : وحدة طولية لكل درجة

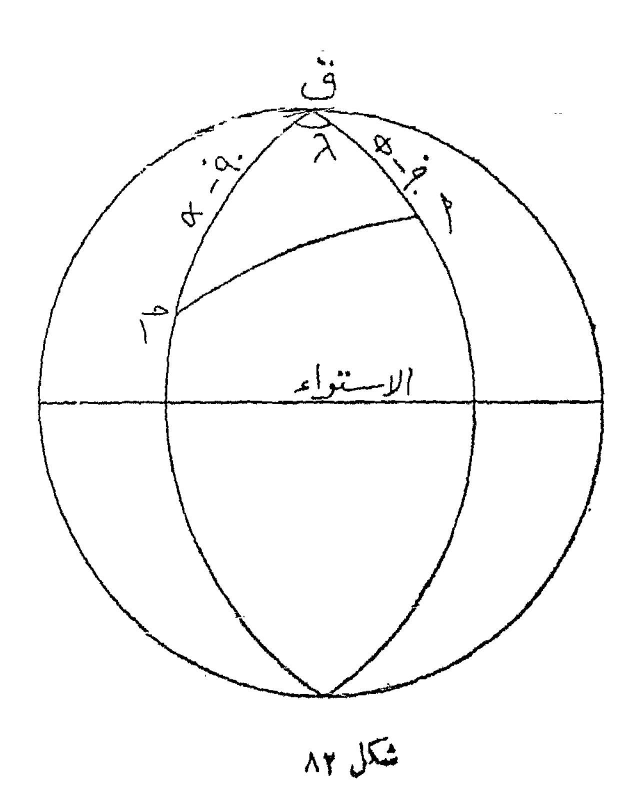
عرض / طول	٣٠°		٦٠°	
	س	ص	س	ص
٣٠	٢٧٫١١	٣١٫٣٠	١٧٫٨٤	٦١٫٨٢
٦٠	٥٢٫٠٣	٣٥٫٦٩	٣٣٫٧٧	٦٧٫٥٥
٩٠	٧٧٫٩٤	٤٥٫٠٠	٤٥٫٠٠	٧٧٫٩٤
١٢٠	٩٦٫٢٣	٦٤٫١٦	٤٦٫٧٢	٩٣٫٤٥
١٥٠	٩٠٫٧٣	١٠٤٫٧٦	٣٢٫٠٨	١١١٫١٢
١٨٠	صفر	١٥٠	صفر	١٢٠



شكل ٨٢

المسقط الاتجاهى متسارى المسافات المنحرف

الحالة العامة



شكل ٨٢

لاتختلف الحالة العامة عن الحالة الإستوائية فى طريقة الإنشاء ولكن الحسابات اللازمة للمسافات والإتجاهات تكون أطول من الحسابات فى الحالة الإستوائية .

إذا كان مركز الخريطة (م) عند العرض ه وكانت (ا) احدى نقط الهيكل الجغرافى عند العرض φ . وكانت الزاوية عند القطب (ق) بين خطى طول م ، ا هى λ

ق م = ٩٠ − α

ق ا = ٩٠ − ϕ

> ا ق م = λ

ويكون جتا (المسافة ا م) = جا α جتا ϕ

+ جتا α جتا ϕ جتا λ

جتا (الاتجاه ق م̂ ا) = (جا ϕ − جتا (المسافة) جا α) / (جا (المسافة) جتا α)

مثال :

مسقط إتجاهى متساوى المسافات مركزه عند الموقع (عرض ٦٠° شمال ، طول جرينتش) مع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠° .

بعد النقطة (عرض ٣٠° شمال ، طول ١٢٠° شرق) عن مركز الخريطة

جتا (المسافة) = جا ٦٠ حا ٣٠ + جتا ٦٠ جتا ٣٠ جتا ١٢٠

المسافة = ٧٧٫٤٩٦°

جتا (الاتجاه) = (حا ٣٠ − جتا ٧٧٫٤٩٦ حا ٦٠) / (حا ٧٧٫٤٩٦° جتا ٦٠)

∴ الاتجاه = ٥٠٫١٩٥°

بعد النقطة (عرض ٦٠° جنوب ، طول ١٥٠ شرق) عن مركز الخريطة

جتا (المسافة) = جا ٦٠ جا(−٦٠) + جتا ٦٠ جتا (−٦٠) جتا ١٥٠

المسافة = ١٦٥٫١٢٩°

$$\text{جتا (الاتجاه)} = \frac{\text{جا} (-\ ٦٠^\circ) - \text{جتا}\ ١٢٩ر١٦٥^\circ\ \text{جا}\ ٦٠^\circ}{\text{جا}\ ١٢٩ر١٦٥^\circ\ \text{جتا}\ ٦٠}$$

الاتجـــاه = ١٠٣ر٠٦٤°

وبتكرار هذا العمل مع باقى النقط المطلوبة لتشكيل الهيكل الجغرافى نحصل على الجدول الآتى :

عرض / طول		٦٠ ش	٣٠ ش	صفر	٣٠ ج	٦٠ ج
٣٠°	اتجاه	٦٦ر٩°	١٣٢ر٧°	١٤٦ر٣°	١٥٤ر٣°	١٦٢ر٨°
	مسافة	١٤ر٩°	٣٦ر١°	٦٤ر٣°	٩٣ر٣°	١٢٢ر٢°
٦٠	اتجاه	٦٣ر٤	٩٩ر٥	١١٦ر٦	١٢٩ر٨	١٤٦ر٣
	مسافة	٢٨ر٩	٤٩ر٥	٧٥ر٥	١٠٢ر٥	١٢٨ر٧
٩٠	اتجاه	٤٩ر١	٧٣ر٩	٩٠	١٠٦ر١	١٣٠ر٩
	مسافة	٤١ر٤	٦٤ر٣	٩٠	١١٥ر٧	١٣٨ر٦
١٢٠	اتجاه	٣٣ر٧	٥٠ر٢	٦٣ر٤	٨٠ر٠	١١٦ر٦
	مسافة	٥١ر٣	٧٧ر٥	١٠٤ر٥	١٣٠ر٥	١٥١ر١
١٥٠	اتجاه	١٧ر٠	٢٥ر٦	٣٣ر٥	٤٧ر٣	١٠٣ر١
	مسافة	٥٧ر٨	٨٦ر٧	١١٥ر٧	١٤٣ر٩	١٦٥ر١

يتم توقيع النقط إما بطريقة الاتجاه والمسافة وإما بعد تحويلها إلى احداثيات متعامدة بالطريقة المستخدمة فى الحالة الاستوائية ونحصل على الهيكل الجغرافى المشابه لشكل ٧٩ .

المساقط الاتجاهية
باستخدام الأبعاد والاتجاهات على سطح الأرض

يمكن رسم المساقط الاتجاهية التى سبق دراستها وهى المركزى والاستريوجراقى والاورثوجراقى وبالأخص الحالات الاستوائية والمنحرفة منها وذلك بعد حساب الأبعاد والاتجاهات من مركز الخريطة إلى باقى النقط المطلوب بيانها على الهيكل الجغرافى .

وفى هذه الحالة تكون عملية الاسقاط مشابهة تماما للحالة القطبية .

المسقط المركزى

بالرجوع إلى شكل ٤٣ فى المسقط المركزى القطبى نجد أن نقطة ا على سطح الأرض تسقط إلى ا َ على سطح الخريطة ويكون بعد ا َ عن مركز الخريطة مساويا نق ظا ه م ا أى نق ظا (المسافة مقدرة بالدرجات)

وبتطبيق تلك القاعدة فى الحالة الاستوائيه وأيضا فى الحالة المنحرفة نحصل على الهيكل الجغرافى المطلوب .

المسقط المركزى الاستوائى

مثـــال :

مسقط مركزى استوائى مركزه عند تلاقى الاستواء بخط طول جرينتش مع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠° .

مقياس الرسم ١ : ١٠٠ مليون

نق = ٦٦٣٧ سم

سبق الحصول على قائمة الأبعاد والاتجاهات من مركز الخريطة إلى باقى نقط الهيكل الجغرافى وذلك فى مثال المسقط الاتجاهى متساوى المسافات الاستوائى . والمبينة كالآتى :

الاتجاهات والمسافات على سطح الأرض

عرض / طول	٣٠°		٦٠°	
	اتجاه	مسافة	اتجاه	مسافة
٣٠°	٤٠٫٨٩٣°	٤١٫٤١٠°	١٦٫١٠٢°	٦٤٫٣٤١°
٦٠	٥٦٫٣١٠	٦٤٫٣٤١	٢٦٫٥٦٥	٧٥٫٥٢٢

ونكتفى بهذه الحدود إذ أن المسقط المركزى لايصل إلى مسافة ٩٠° عن مركز الخريطة .

وتصبح المسافات على الخريطة كما فى الجدول الآتى حيث :

المسافة على الخريطة (سم) = نق (سم) × ظا (للمسافة على الأرض بالدرجات)

الاتجاهات والمسافات على الخريطة

عرض / طول	٣٠°		٦٠°	
	اتجاه	نق ظا المسافة	اتجاه	نق ظا المسافة
٣٠°	٤٠ر٨٩٣°	نق ظا ١ ٤١ر٤١٠° = ٥ر٦١٧ سم	١٦ر١٠٢°	نق ظا ١ ٦٤ر٣٤١ = ١٣ر٢٥٩ سم
٦٠°	٥٦ر٣١٠°	نق ظا ١ ٦٤ر٣٤١ = ١٣ر٢٥٩ سم	٢٦ر٥٦٥	نق ظا ٧٥ر٥٢٢ = ٢٤ر٦٧٠ سم

وبتحويل الاتجاهات والمسافات على الخريطة إلى احداثيات متعامدة

س ، ص حيث س = المسافة × جا (الاتجاه)

ص = المسافة × جتا (الاتجاه)

عرض / طول	٣٠		٦٠°	
	س (سم)	ص (سم)	س	ص
٣٠	٣ر٦٧٨	٤ر٢٤٧	٣ر٦٧٨	١٢ر٧٣٩
٦٠	١١ر٠٣٣	٧ر٣٥٥	١١ر٠٣٣	٢٢ر٠٦٦

المسقط المركزى المنحرف

مثـــال :

مسقط مركزى منحرف مركزه عنـــد الموقع (عرض ٦٠° شمال ، طول جرينتش) مع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠° .

والمقياس ١ : ٥٠ مليون

نق = ١٢ر٧٤ سم

وسبق الحصول على قائمة بالمسافات والإتجاهات من مركز الخريطـة الى باقى نقط الهيكل الجغرافى وذلك فى مثال المسقط الاتجاهى متساوى المسافات المنحرف والمبينة كالآتى :

الاتجاهات والمسافات على سطح الأرض

عرض / طول		٦٠	٣٠°	صفر
صفر°	اتجـاه مسافة	صفر° صفر°	١٨٠° ٣٠°	- ١٨٠° ٦٠°
٣٠°	اتجـاه مسافة	٧٦ر٩ ١٤ر٩	١٣٢ر٧ ٢٦ر١	١٤٦ر٣ ٦٤ر٣
٦٠°	اتجاه مسافة	٦٣ر٤ ٢٨ر٩	٩٩ر٥ ٤٩ر٥	١١٦ر٦ ٧٥ر٥

وتصبح الاتجاهات والمسافات على الخريطة كما فى الجدول الآتى :

حيث المسافة على الخريطة بالسنتيمترات

= نق (سم)× ظا (المسافة على الأرض بالدرجات)

الاتجاهات والمسافات على الخريطة

عرض / طول		٦٠	٣٠	صفر
صفر	اتجاه مسافة سم	صفر صفر	١٨٠ ٧٫٣٥٥	١٨٠ ٢٢٫٠٦٦
٣٠	اتجاه مسافة سم	٧٦٫٩ ٣٫٣٩٠	١٣٢٫٧ ٩٫٢٩٠	١٤٦٫٣ ٢٦٫٤٧٢
٦٠	اتجاه مسافة سم	٦٣٫٤ ٧٫٠٣٣	٩٩٫٥ ١٤٫٩١٧	١١٦٫٦ ٤٩٫٢٦٢

وبتحويل الاتجاهات والمسافات الى احداثيات متعامدة نحصل على جدول الاحداثيات الآتى :

عرض / طول		٦٠	٣٠	صفر
صفر	س (سم) ص (سم)	صفر صفر	صفر — ٧٫٣٥٥	صفر — ٢٢٫٠٦٦
٣٠	س ص	٣٫٣٠٢ ٠٫٧٦٨	٦٫٨٢٧ — ٦٫٣٠٠	١٤٫٦٨٨ — ٢٢٫٠٦٣
٦٠	س ص	٦٫٢٨٩ ٣٫١٤٩	— ١٤٫٧١٢ — ٢٫٤٠٢	— ٤٤٫٠٤٨ — ٢٢٫٠٦٥

المسقط الاستريوجرافى

بالرجوع إلى شكل ٥٦ فى المسقط الاستريوجرافى القطبى نجد أن نقطة ا على سطح الأرض تسقط الى اً على سطح الخريطة ويكون بعد اً عن مركز الخريطة مساوياً

٢ نق ظا $\frac{\widehat{\text{ب م ا}}}{٢}$ = ٢ نق ظا (نصف المسافة مقدرة بالدرجات)

المسقط الاستريوجرافى الاستوائى

مثال :

مسقط استريوجرافى استوائى مركزه عند تلاقى الاستواء بخط طول جرينتش مع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠°

مقياس الرسم ١ : ١٠٠ مليون

نق = ٦ر٣٧ سم

وقائمة الاتجاهات والمسافات هى نفسها المبينة فى مثال المسقط الاتجاهى متساوى المسافات الاستوائى وأيضا فى مثال المسقط المركزى الاستوائى باستخدام الأبعاد والاتجاهات والمبينة فى الجدول الآتى :

الاتجاهات والمسافات على سطح الأرض

عرض / طول	٣٠		٦٠		٩٠	
	اتجاه	مسافة	اتجاه	مسافة	اتجاه	مسافة
٣٠	٤٠ر٨٩٣'	٤١ر٤١٠°	١٦ر١٠٢°	٦٤ر٣٤١°	٠٠٠°	٩٠°
٦٠	٥٦ر٣١٠	٦٤ر٣٤١	٢٦ر٥٦٥	٧٥ر٥٢٢		
٩٠	٦٠	٩٠	٣٠	٩٠		

وتصبح الاتجاهات والمسافات على الخريطة كما هو فى الجدول الآتى :

حيث المسافة على الخريطة بالسنتيمترات

= ٢ نق (سم) × ظا (نصف المسافة على الأرض بالدرجات)

عرض / طول	٣٠		٦٠		٩٠	
	اتجاه	مسافة سم	اتجاه	مسافة سم	اتجاه	مسافة سم
٣٠	°٤٠٫٨٩٣	٤٫٨١٥	°١٦٫١٠٢	٨٫٠١٤	°٠٠	١٢٫٧٤٠
٦٠	٥٦٫٣١٠	٨٫٠١٤	٣٦٫٥٦٥	٩٫٨٦٨		
٩٠	٦٠	١٢٫٧٤٠	٣٠	١٢٫٧٤٠		

وفى النهاية يتم تحويل الإتجاهات والمسافات الى احداثيات متعامدة س ، ص بنفس القواعد السابقة .

المسقط الاستريوجرافى المنحرف

مثال :

مسقط استريوجرافى منحرف مركزه عند الموقع (عرض ٦٠ ° شمال ، طول جرينتش) مع بيان خطوط الطول والعرض كل ٣٠° - والمقياس ١ : ٥٠ مليون

نق = ١٢٫٧٤ سم

وبتحويل المسافات على سطح الأرض الى المسافات على الخريطة بالعلاقة

المسافة على الخريطة = ٢ نق ظا (نصف المسافة على الأرض) نحصل الجدول الآتى :

طول / عرض		٦٠ ش	٢٠ ش	صفر
٣٠	اتجاه (°)	٧٦ر٩	١٣٢ر٧	١٤٦ر٣
	مسافة (سم)	٣ر٣٠٢	٨ر٣٠٤	١٦ر٠١٥
٦٠	اتجاه	٦٣ر٤	٩٩ر٥	١١٦ر٦
	مسافة	٦ر٥٦٦	١١ر٨٥٤	١٩ر٧٢٩
٩٠	اتجاه	٤٩ر١	٧٣ر٩	٩٠
	مسافة	٩ر٦٢٨	١٦ر٠١٥	٢٥ر٤٨٠
١٢٠	اتجاه	٣٣ر٧	٥٠ر٢	٦٣ر٤
	مسافة	١٢ر٢٣٥	٢٠ر٤٥٠	٣٢ر٩٠٨

المسقط الأورثوجرافى

عند إنشاء المسقط الأورثوجرافى القطبي سقطت كل نقطة من سطح الأرض إلى سطح الخريطه بحيث كان بعدها عن مركز الخريطة = نق جتا (العرض) = نق جتا (٩٠ - البعد القطبي). = نق جا البعد القطبي

وعلى ذلك يمكن تشكيل أى مسقط أورثوجرافى بتحويل المسافات الأرضية إلى المسافات على الخريطة بالقاعدة الآتية :

المسافة على الخريطة = نق × جا (المسافة على الأرض)

المسقط الأورثوجرافى الاستوائى

مثـــال : مسقط أورثوجرافى استوائى مركزه عند تلاقى الاستواء بخط طول جرينتش والمقياس ١ : ١٠٠ مليون

يعطى الجدول الآتى الاتجاهات والمسافات على الخريطة حيث :

المسافة على الخريطة (سم) = ٦٫٣٧ × حا (المسافة على الأرض)

عرض / طول	٣٠		٦٠	
	اتجاه	مسافة	اتجاه	مسافة
٣٠	٤٠٫٨٩٣	٤٫٢١٣	١٦٫١٠٢	٥٫٧٤٣
٦٠	٥٦٫٣١٠	٥٫٧٤٢	٢١٫٥٦٥	٦٫١٦٨
٩٠	٦٠	٦٫٣٧٠	٣٠	٦٫٣٧

المسقط الأورثوجرافى المنحرف

مثـــال: مسقط أورثوجرافى منحرف مركزه عند الموقع (عرض ٦٠° شمالا، طول جرينتش) مع بيان خطوط الطول كل ٣٠°

والمقياس ١ : ٥٠ مليون

يعطى الجدول الآتى الاتجاهات والمسافات على الخريطة حيث

المسافة على الخريطة (سم) = ١٢٫٧٤ × حا (المسافة على الأرض)

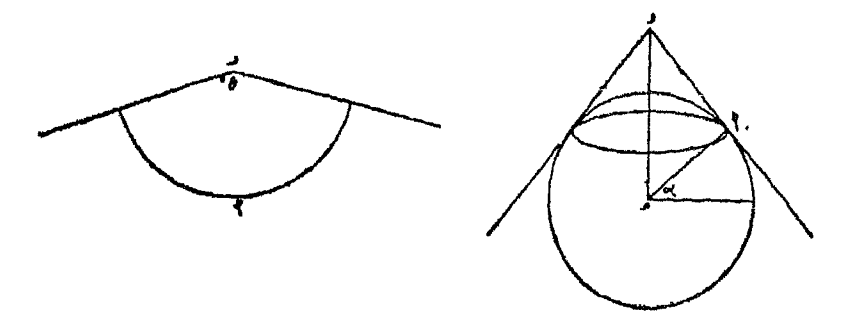
طول \ عرض		٦٠ ش	٣٠ ش	صفر	٣٠ ج
صفر	اتجاه	صفر°	١٨٠°	١٨٠°	١٨٠°
	مسافة (مم)	صفر	٦٫٣٠	١١٫٠٣٣	١٢٫٧٤
٣٠	اتجاه	٧٦٫٩	١٣٢٫٧	١٤٦٫٣	
	مسافة	٣٫٢٧٦	٧٫٥٠٦	١١٫٤٨٠	
٦٠	اتجاه	٦٢٫٤°	٩٩٫٥°	١١٦٫٦	
	مسافة	٦٫١٥٧	٩٫٦٨٨	١٢٫٣٣٤	
٩٠	اتجاه	٤٩٫١	٧٣٫٩	٩٠	
	مسافة	٨٫٤٢٥	١١٫٤٨٠	١٢٫٧٤٠	
١٢٠	اتجاه	٣٣٫٧	٥٠٫٢		
	مسافة	٩٫٩٤٣	١٢٫٤٣٨		
١٥٠	اتجاه	١٧٫٠	٢٥٫٦		
	مسافة	١٠٫٧٨١	١٢٫٧١٩		

الباب السابع

المساقط المخروطية

فى هذه المجموعة من المساقط نبدأ بمخروط يمس سطح الأرض حول دائرة غالباً ما تكون دائرة عرض .

بعد قطع المخروط عند راسم منه وبعد فرده حتى يتخذ شكل السطح المستوى الذى هو سطح الخريطة ، تظهر دائرة عرض التماس قوساً من دائرة مركزها هو رأس المخروط ونصف قطرها هو طول الراسم من رأس المخروط إلى موضع التماس .



شكل ٨٤

يكون أيضا طول القوس على المسقط الذى يمثل دائرة عرض التماس مساويا للطول الحقيقى لمحيط هذه الدائرة على سطح الأرض .

وبعد ذلك تتكون المساقط المخروطية بأساليب متنوعة تحقق خصائص وشروط معينة.

الخصائص الهندسية العامة للمساقط المخروطية

إذا كانت (ر) هى رأس المخروط فى شكل ٨٤ وكانت (ا) نقطة على دائرة عرض التماس، وقيمة زاوية عرضها α وكانت (م) مركز الكرة الأرضية .

ا — نصف قطر دائرة عرض التماس على المسقط

واضح أن نصف القطر هو ر ا

من المثلث م ا ر الذى فيه زاوية م ا ر قائمة وزاوية ر م ا = ٩٠° — α

ر ا = م ا × ظتا α = نق ظتا α

ب — ثابت المخروط

إذا كانت θ هى قيمة الزاوية المستوية عند النقطة ر عندما يتخذ المخروط الشكل المستوى وهى الزاوية المركزية المقابلة للقوس الذى يمثل دائرة عرض التماس فعندئذ تمثل الزاوية θ جميع زوايا الطول وقيمتها ٣٦٠°

وتسمى النسبة بين زوايا الطول على الخريطة وزوايا الطول على الأرض بثابت المخروط .

$$\text{ثابت المخروط} = \frac{\theta}{٣٦٠}$$

وثابت المخروط هو أيضا النسبة بين أى زاوية طول على الخريطة والزاوية المناظرة على الأرض .

طول قوس دائرة عرض التماس على المسقط يساوى طول محيط هذه الدائرة على سطح الأرض

$$\text{ر ا} \times \theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} = \text{٢ ط نق جتا } \alpha$$

$$\text{نق ظتا } \alpha \times \theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} = \text{٢ ط نق جتا } \alpha$$

$$\frac{\theta}{٣٦٠} = \frac{\text{جتا } \alpha}{\text{ظتا } \alpha} = \text{جا } \alpha$$

أى أن ثابت المخروط = جيب زاوية عرض التماس

استخدامات المساقط المخروطية

لما كانت دائرة عرض التماس تظهر على المسقط مساوية فى طولها للطول الحقيقى على سطح الأرض ، تستخدم المساقط المخروطية لتمثيل مناطق من سطح الأرض تمتد امتدادا كبيرا مع درجات الطول وامتدادا صغيرا نسبيا مع درجات العرض.

ويؤخذ مخروط التماس بحيث يمس سطح الأرض عند دائرة عرض تتوسط المنطقة المطلوب بيانها على الخريطة .

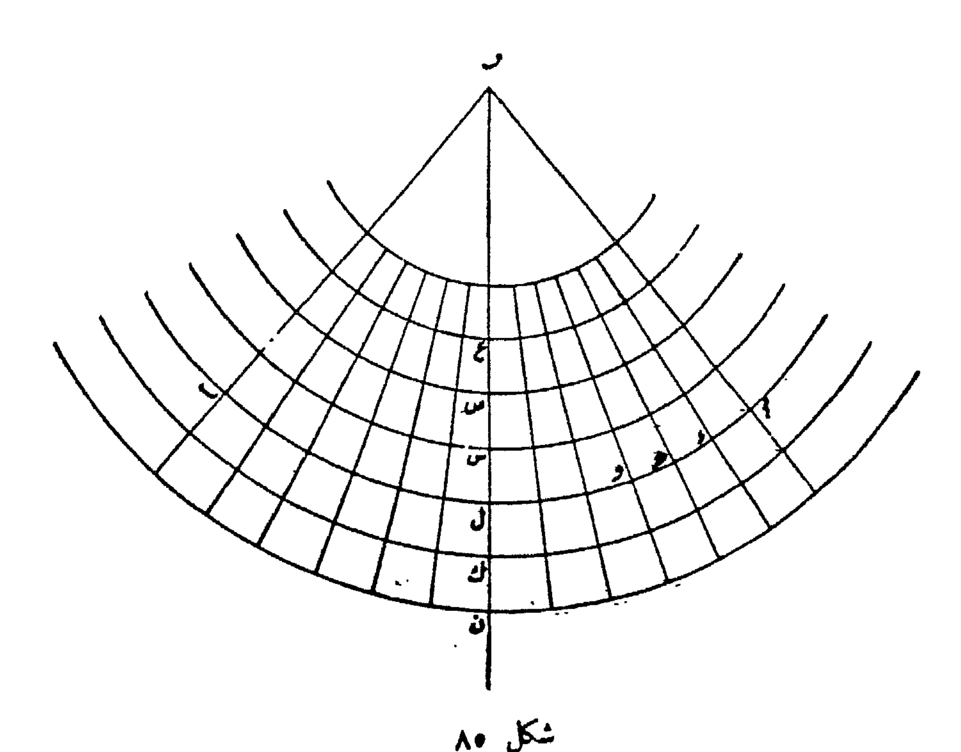
يسمى عرض دائرة التماس بالعرض الرئيسى ويرمز له بالرمز α .

١ ـ المسقط المخروطى البسيط

<u>طريقة الإنشاء</u>

نفرض أن قيمة العرض الرئيسى α

١ ـ نأخذ نقطة مثل ر تمثل رأس المخروط



شكل ٨٥

٢ ـ إذا كان المسقط يمثل أى عـــدد آخر من الدرجات الطولية λ فترسم الزاوية $\theta = \lambda$ جا α

فى جميع الحالات يكون منصف الزاوية θ رأسيا على لوحة الإسقاط ونسمى منصف الزاوية θ خط الطول الأوسط .

٣ ـ يرسم قوس دائرة العرض الرئيسى مركزه نقطـــة رأس المخروط ر ونصف قطره يساوى نق ظتا α ليقابل ضلعى الزاوية θ فى النقطتين ا ، ب .

٤ ـ يقسم القوس ا ب إلى عدد من الأقسام المتساوية فى النقط د ، هـ ، و ...
ونصل تلك النقط مع نقطة الرأس ر لتكون خطوط الطول المطلوبة .

٥ ـ على خط الطول الأوسط ر ل نأخذ المسافات ل س ، ل ص ، ل ع ، ...

تساوى الأبعاد الحقيقية على السطح الكروى للأرض بين دوائر العرض المختلفة ودائرة العرض الرئيسى .

٦ - ترسم دوائر العرض بحيث يكون مركزها عند نقطة الرأس ر وتمر فى النقط س ، ص ، ع ، ...

ملحوظات

١ - القطب يظهر على شكل قوس دائرة وليس نقطة .

٢ - خطوط الطول على المسقط وهى خطوط مستقيمة تساوى فى أطوالها خطوط الطول الأصلية على سطح الأرض .

ويعبر عن تلك الخاصية بأن المقياس على خطوط الطول يكون صحيحا .

٣ - خط العرض الرئيسى يساوى فى طوله دائرة العرض الرئيسى على سطح الأرض أى أن المقياس يكون صحيحا على خط العرض الرئيسى .

٤ - خطوط العرض الأخرى بخلاف خط العرض الرئيسى تكون أطول من نظيراتها على سطح الأرض .

مثال

مسقط مخروطى بسيط بمقياس ١ : ٥٠ مليون وفيه العرض الرئيسى ٥٠° شمال ويمتد بين خطى الطول ٢٠° شرق ، ١٢٠° شرق .

زاوية الطول المطلوب تمثيلها على الخريطة = ١٢٠ — ٢٠ = ١٠٠°

ثابت المخروط = حا ٥٠° = ٠٫٧٦٦٠٤

قيمة زاوية الرأس فى المسقط = ١٠٠ × ٧٦٦٠٤ر = ٧٦ر٦٠٤°

نصف قطر دائرة العرض الرئيسى على المسقط = نق ظتا ٥٠

$$= \frac{٦٣٧٠ \times ١٠٠٠٠٠ \times \text{ظتا } ٥٠}{٥٠٠٠٠٠٠٠} = ١٠ر٦٩٠١٠١٠ \text{ سم}$$

المسافة القوسية على سطح الأرض التى تمثل ١٠° عرضية

$$= ١٠ \times \frac{ط}{١٨٠} \times \text{نق} \qquad = ٢ر٢٢٣٥ \text{ سم}$$

نصف قطر دائرة العرض ٦٠° على المسقط = ١٠ر٦٩٠١ — ٢ر٢٢٣٥

= ٨ر٤٦٦٦ سم

« « « « ٧٠ « « = ٨ر٦٦٦ — ٢ر٢٢٣٥

= ٦ر٢٤٣١ سم

« « « « ٨٠ « « = ٦ر٢٤٣١ — ٢ر٢٢٣٥

= ٤ر٠١٩٦ سم

« « « « ٤٠ « « = ١٠ر٦٩٠١ + ٢ر٢٢٣٥

= ١٢ر٩١٣٦ سم

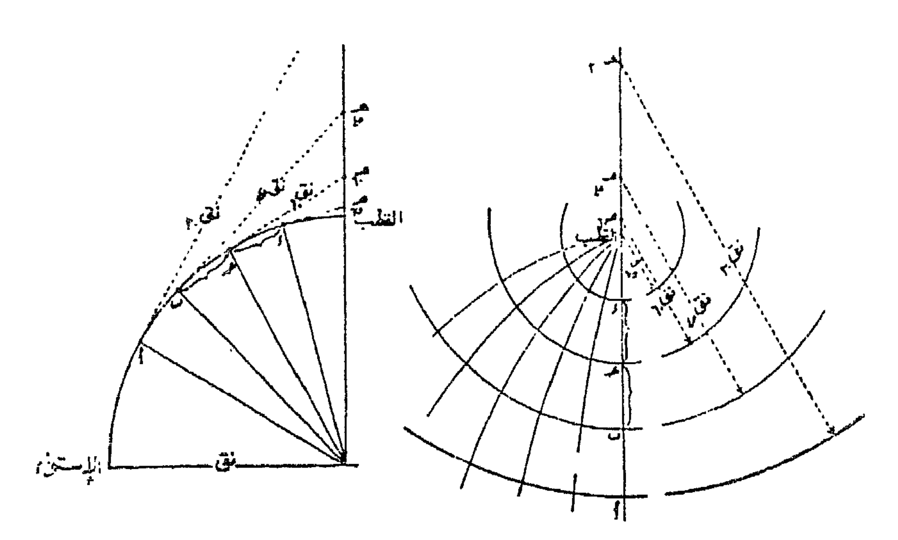
« « « « ٣٠ « « = ١٢ر٩١٣٦ — ٢ر٢٢٣٥

= ١٥ر١٣٧١ سم

٢ — المسقط متعدد المخاريط

يرسم هذا المسقط مكونا من مجموعة متعددة من المساقط المخروطية البسيطة كل واحد منها يختص بدائرة عرض .

طريقة الإنشاء



شكل ٨٦

١ — يرسم خط رأسى يمثل خط الطول الأوسط .

٢ — نوقع على هذا الخط النقط ا ، ب ، حـ ، ... على أبعاد متساوية من بعضها لتمثل تقاطعات دوائر العرض المختلفة وبحيث تكون المسافة بين كل نقطتين منها مساوية المسافة القوسية على سطح الأرض بين دائرتى العرض المناظرتين .

٣ — ترسم دوائر العرض التى تمر بالنقط ا ، ب ، حـ ، ... بعد ايجاد مواقع مراكزها على خط الطول الأوسط وبحيث يبعد مركز كل دائرة عن النقطة المناظرة بمسافة تساوى نق ظتا (زاوية العرض) .

(فى شكل ٨٦ ا م٣٠ = نق ظتا ٣٠° ، ب م٤٥ = نق ظتا ٤٥° ، ...)

٤ — من كل من النقط التى تحدد مواقع مراكز دوائر العرض أى م٣٠ ، م٤٥ ، م٦٠ ، .. ترسم زوايا الطول λ' = λ حا (زاوية العرض)

فتقابل أضلاع الزاوية القوس المقابل لها و النقطتين اللتين تحددان نهايتى خط العرض

٥ — يقسم كل قوس دائرة عرض على حدة إلى أقسام متساوية .

٦ — نصل بين نقط تقسيم أقواس دوائر العرض لنحصل على خطوط الطول .

مثال :

مسقط متعدد المخاريط بمقياس ١ : ١٠ مليون يمثل ١٢٠° طولية .

٥° عرضيه مقاسة على خط الطول الأوسط $= ٥ \times \frac{ط}{١٨٠} \times$ نق

$=$ ٥ر٥٥٨٩ سم

نق$_{٣٥}$ = نق ظتا ٣٥° = ٩٠ر٩٧٣٠ سم

$\theta_{٣٥}$ = ١٢٠° حا ٣٥ = ٦٨ر٨٢٩٢°

نق$_{٤٠}$ = نق ظتا ٤٠ = ٧٥ر٩١٤٧ سم

$\theta_{٤٠}$ = ١٢٠ حا ٤٠ = ٧٧ر١٣٤٥°

نق$_{٤٥}$ = نق ظتا ٤٥ = ٦٣ر٧٠٠٠ سم

$\theta_{٤٥}$ = ١٢٠ حا ٤٥ = ٨٤ر٨٥٢٨°

نق$_{٥٠}$ = نق ظتا ٥٠ = ٥٣ر٥٠٦ سم

$\theta_{٥٠}$ = ١٢٠ حا ٥٠ = ٩١ر٩٢٥٣°

نق$_{٥٥}$ = نق ظتا ٥٥ = ٤٤ر٦٠٣٢ سم

$\theta_{٥٥}$ = ١٢٠ حا ٥٥ = ٩٨ر٢٩٨٢°

٣ — المسقط المخروطي بعرضين رئيسيين

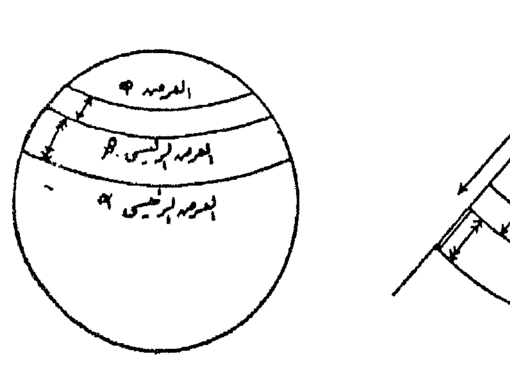
هذا المسقط يشبه المسقط المخروطي البسيط في طريقة الانشاء ، إلا انه يعتمد على مخروط افتراضي يحقق الشرطين الآتيين :

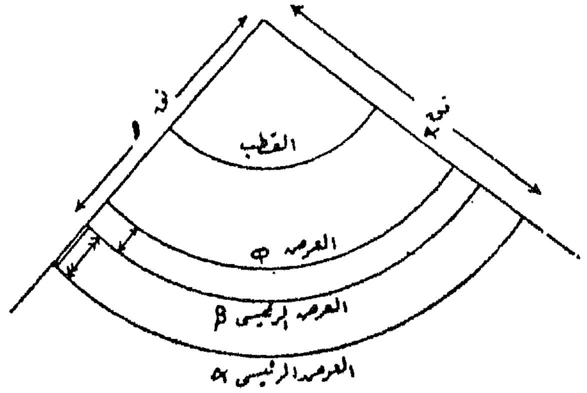
أولا : قوسان من دوائر العرض المرسومة من رأس المخروط كمركز ، يساويان في طولهما دائرتين من دوائر العرض مثل α ، β .

ثانيا : طول راسم المخروط بين القوسين α ، β يساوي طول المسافة القوسية على سطح الأرض بين دائرتي العرض α ، β .

ويطلق على α ، β اسم العرضين الرئيسيين .

الخصائص الهندسية للمسقط





شكل (٨٧)

نق$_\alpha$ هو نصف قطر قوس دائرة العرض الرئيسي α على المسقط ،

نق$_\beta$ » » » » » » β » » ،

θ هى الزاوية المركزية عند رأس المخروط

طول قوس العرض α على المسقط = محيط دائرة العرض α على سطح الأرض

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \times \text{نق}_{\alpha} = \text{٢ ط نق جتا } \alpha \qquad (\text{١})$$

كذلك

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \times \text{نق}_{\beta} = \text{٢ ط نق جتا } \beta \qquad (\text{٢})$$

المسافة بين القوسين على المسقط = المسافة القوسية بين دائرتى العرض α ، β على سطح الأرض

$$\text{نق}_{\alpha} - \text{نق}_{\beta} = \text{نق}\,(\beta - \alpha) \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \qquad (\text{٣})$$

وبطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١)

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \times (\text{نق}_{\alpha} - \text{نق}_{\beta}) = \text{٢ ط نق}\,(\text{جتا } \alpha - \text{جتا } \beta)$$

أى

$$\text{نق}_{\alpha} - \text{نق}_{\beta} = \frac{\text{٣٦٠}}{\theta}\,\text{نق}\,(\text{جتا } \alpha - \text{جتا } \beta) \qquad (\text{٤})$$

ومن المعادلتين (٣) ، (٤) ينتج ان

$$\text{نق}\,(\beta - \alpha) \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} = \frac{\text{٣٦٠}}{\theta}\,(\text{جتا } \alpha - \text{جتا } \beta)$$

$$\text{ث} = \text{ثابت المخروط} = \frac{\text{ة}}{\text{٣٦٠}} = \frac{\text{جتا } \alpha - \text{جتا } \beta}{(\alpha - \beta)} \times \frac{\text{١٨٠}}{\text{ط}}$$

ومن المعادلة (١) $\text{نق}_{\alpha} = \frac{\text{نق جتا } \alpha}{\text{ث}}$

« « (٢) $\text{نق}_{\beta} = \frac{\text{نق جتا } \beta}{\text{ث}}$

وتقع دوائر العرض الاخرى بحيث تبعـــد عن العرض الرئيسي α أو β بمسافة تساوى المسافة القوسية المناظرة على سطح الارض .

$$\text{نق}_{\phi} = \frac{\text{نق جتا } \alpha}{\text{ث}} + (\phi - \alpha) \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \times \text{نق}$$

طريقـة الإنشاء

يرسم بنفس الطريقة المتبعـــة فى رسم المسقط المخروطى البسيط وذلك بعد تحديد الخصائص الهندسية للمخروط المطلوب .

مثال :

مسقط مخروطى بعرضين رئيسيين ٦٠° ، ٧٥° شمال بمقياس ١ : ٢٠مليون يمثل ١٥٠° طولية

نق = ٣١٫٨٥ سم

ث = ثابت المخروط = (جتا ٦٠ − جتا ٧٥) / (٧٥ − ٦٠) × ١٨٠ / ط = ٠ر٩٢١٢٤

الزاوية المركزية عند رأس المخروط = ١٥٠° × ث = ١٣٨ر١٨°

نق٦٠ = نق جتا ٦٠ / ث = ١٧ر٢٨٦٥ سم

نق٧٥ = نق جتا ٧٥ / ث = ٨ر٩٤٧١ سم

المسافة القوسية على سطح الأرض التي تقابل ٥° عرضيه

= ٥ × ط / ١٨٠ × نق = ٢ر٧٧٩٤ سم

نق٥٥ = ١٧ر٢٨٦٥ + ٢ر٧٧٩٤ = ٢٠ر٠٦٥٩ سم

نق٥٠ = ٢٠ر٠٦٥٩ + ٢ر٧٧٩٤ = ٢٢ر٨٤٥٣ سم

نق٦٥ = ١٧ر٢٨ ٥ − ٢ر٧٧٩٤ = ١٤ر٥٠٧١ سم

نق٧٠ = ١٤ر٥٠٧١ − ٢ر٧٧٩٤ = ١١ر٧٢٧٧ سم

نق٨٠ = ٨ر٩٤٨١ − ٢ر٧٧٩٤ = ٦ر١٢٦٨٧ سم

المقياس على المسقط المخروطى بعرضين رئيسيين :

على المسقط المخروطى البسيط يحتفظ قوس العرض الرئيسى بالمقياس صحيحا ـ أما باقى خطوط العرض فالقياس يأخذ فى الكبر كلما أبتعدنا عن العرض الرئيسى .

اما على المسقط المخروطى بعرضين رئيسيين وباختيار العرضين الرئيسيين داخل المنطقة المطلوب تمثيلها على المسقط فإن المقياس لا يتغير كثيرا داخل نطاق الخريطة . وعادة يتم اختيار العرضين الرئيسيين بحيث يبعد كل منهما عن العرض المحدد للخريطة بمقدار $\frac{1}{6}$ الاتساع العرضى للخريطة . وقد تتغير تلك القاعدة حسب شكل المنطقة المطلوب تمثيلها على الخريطة .

مثال لذلك خريطة تمتد من العرض ٤٠° شمال الى العرض ٦٥ شمال

أى أن الاتساع العرضى ٢٥° . (٢٥ ÷ ٦ = ٤ تقريبا)

العرض الرئيسى الأول = ٤٠ + ٤ = ٤٤° شمال

» » الثانى = ٦٥ — ٤ = ٦١° »

ويمكن إختيار العرضين ٤٥° ، ٦٠° كعرضين رئيسيين دون أن يؤثر ذلك على المقياس على الخريطة .

٤ ـ المساقط المخروطية متساوية المساحات

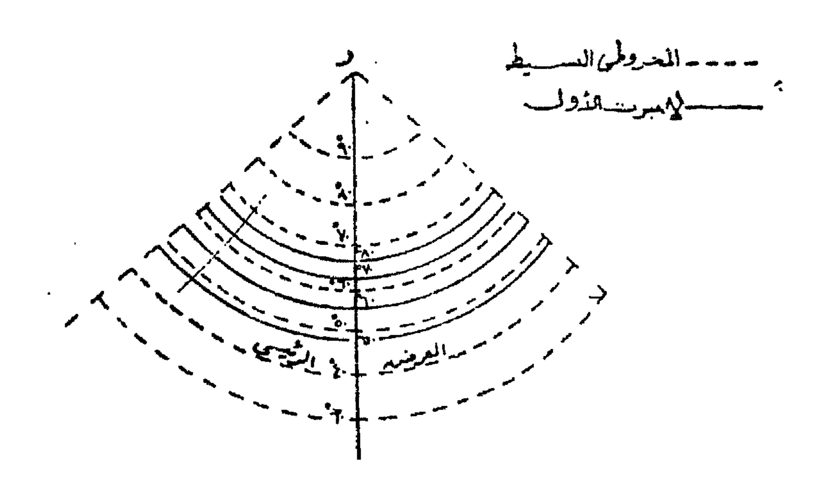
المساقط المخروطية الثلاثة السابقة تعطى مساحات على سطح الخريطة أكبر من المساحات المناظرة على سطح الأرض .

ولإنشاء مسقط مخروطي متساوي المساحات يتبع إحدى الطرق الثلاثة الآتية :

الطريقة الأولى

نبدأ بمخروط التماس الذى يحدد قيمة زاوية الرأس كما يحدد قيمة نصف قطر دائرة العرض الرئيسي .

ثم تعدل المسافات بين أقواس العرض وتصبح غير مساوية للمسافات الأصلية على سطح الأرض ولكن بحيث تكون المساحة على الخريطة مساوية المساحة المناظرة على سطح الأرض .



شكل ٨٨

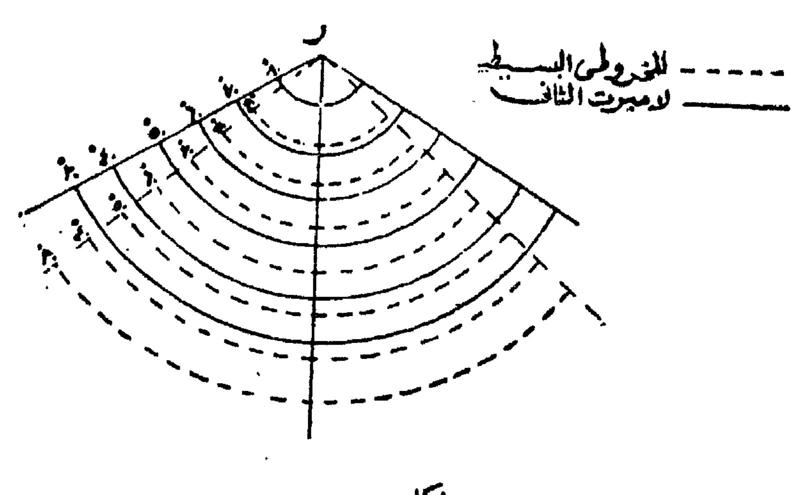
ويسمى المسقط الناتج بهذه الطريقة مسقط لامبرت المخروطي متساوي المساحات (الحالة الأولى) .

الطريقة الثانية

يتم اختيار مخروط افتراضي مخالف لمخروطي التماس بحيث يعطى طولا

لقوس دائرة العرض الرئيسى مساوياً لنظيره على سطح الأرض وأيضا تكون المساحة على المسقط للقطاع الدائرى الذى مركزه رأس المخروط وقوس دائرته هو العرض الرئيسى مساوية للمساحة على سطح الأرض للطاقية الكروية التى يحدها العرض الرئيسى . كما ترسم دوائر العرض الأخرى محققة لخاصية المساحات المتساوية .

فى هذه الطريقة تكون زاوية رأس المخروط الافتراضى أكبر من زاوية رأس مخروط التماس ولكن يكون نصف قطر دائرة العرض الرئيسى فى المخروط الافتراضى أصغر من نصف قطر دائرة العرض الرئيسى فى مخروط التماس .

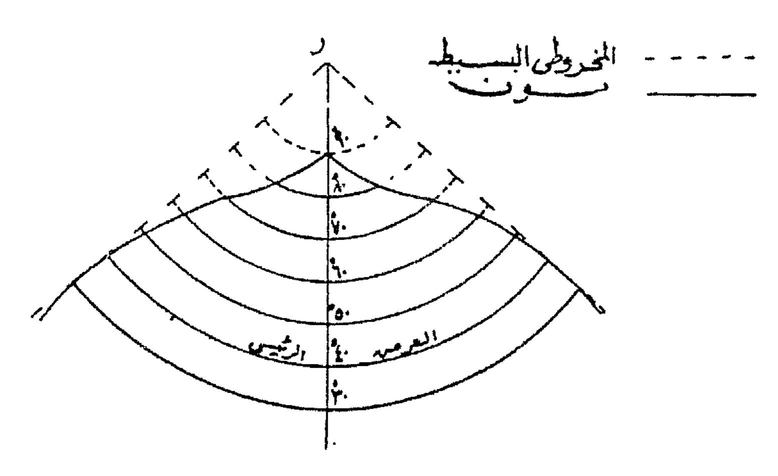


شكل ٨٩

ويسمى المسقط الناتج بهذه الطريقة مسقط لامبرت المخروطى متساوى المساحات (الحالة الثانية)

الطـــريقة الثـالثة

في هذه الطريقة تتم الخطوات المتبعة في رسم المسقط المخـــروطي البسيط والخاصة بتحديد نسبة أنصاف أقطار دوائر العرض ثم تعـدل أطـوال أقواس دوائر العرض حتى تصبح مساوية لأطوالها الحقيقية على سطـح الأرض وبذلك تـكون المساحة على المسقط مساوية للمساحة المناظرة على سطح الأرض .



شكل ٩٠

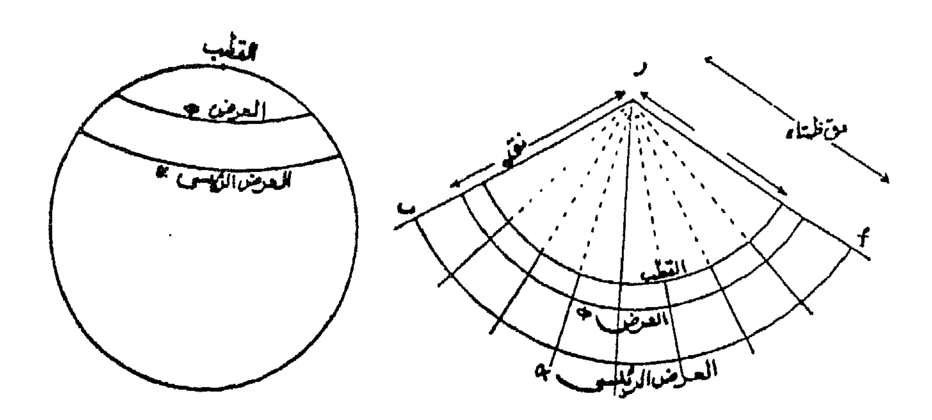
ويسمى المسقط الناتج بهذه الطريقة مسقط بون

٥ — مسقط لامبرت المخروطي متساوي المساحات

(الحالة الأولى)

طريقـــة الإنشاء

١ — نرسم خطا رأسيا يمثل خط الطول الأوسط ، ونأخذ عليه نقطـة ر تمثل رأس المخروط .



شكل ٩١

٢ — نرسم ضلعى الزاوية θ بحيث ينصفها خـط الطول الأوسط . والزاوية θ تمثل عدد الدرجات الطولية المطلوب رسمها

θ = ٣٦٠° حا α إذا كان المسقط يمثل ٣٦٠° طوليه

θ = λ حا α إذا « « « λ° طوليه

٣ — نرسم دائرة العرض الرئيسى α من المركز ر بنصف قطر يساوى نق ظتا α ليقابل ضلعى الزاوية θ فى النقطتين ا ، ب .

٤ — يقسم القوس ا ب إلى عـدد من الأقسام المتساوية ونصل بين نقط التقسيم والنقطة ر نحصل على خطوط الطـول .

٥ — نرسم أقواس دوائر العرض الأخرى من المركز ر بحيث تكون المساحة على المسقط مساوية للمساحة المنـاظرة على سطح الأرض . يتم إيجاد نصف قطر دائرة العرض φ كما يلى :

(أ) مساحة القطاع الدائرى الذى مركزه ر وقوسه يمثل العرض الرئيسى

$$= \frac{1}{2} (\text{نق ظتا } \alpha)^2 \times \theta \times \frac{\text{ط}}{180}$$

(ب) مساحة القطاع الدائرى الذى مركزه ر وقوسه يمثل العرض φ

وقيمة نصف قطره $\text{نق}_\phi = \frac{1}{2} \text{نق}_\phi^2 \times \theta \times \frac{\text{ط}}{180}$

(حـ) المساحة المحصورة بين القطاعين

$$= \frac{1}{2} \theta \times \frac{\text{ط}}{180} (\text{نق}^2 \text{ ظتا}^2 \alpha - \text{نق}_\phi^2)$$

(ء) المساحة المناظرة على سطح الأرض = ٢ ط $\text{نق}^2 (\text{جا } \phi - \text{جا } \alpha)$

(هـ) المساحة على المسقط تساوى المساحة على سطح الأرض

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{360} (\text{نق}^2 \text{ ظتا}^2 \alpha - \text{نق}_\phi^2) = 2 \text{ ط نق}^2 (\text{جا } \phi - \text{جا } \alpha)$$

$$\text{نق}_\phi^2 = \text{نق}^2 \text{ ظتا}^2 \alpha - 2 \times \frac{360}{\theta} \text{ نق}^2 (\text{جا } \phi - \text{جا } \alpha)$$

وبالتعويض عن $\frac{\theta}{360}$ بقيمة ثابت المخروط = جا α

$$\text{نق}_\phi^2 = \text{نق}^2 \left(\text{ظتا}^2 \alpha + 2 - 2 \frac{\text{جا } \phi}{\text{جا } \alpha} \right)$$

$$\text{نق}_{\varphi} = \text{نق} \sqrt{\text{ظتا}^{2}\,\alpha + ٢ - ٢\,\frac{\text{جا}\,\varphi}{\text{جا}\,\alpha}}$$

مثـــال :

مسقط لامبرت المخروطي متساوى المساحات (الحـــالة الأولى) بمقياس ١ : ٢٥ مليون وفيه العرض الرئيسى ٥٥° شمال ويمثل ٨٠° طوليه

$$\text{نق} = ٢٥ر٤٨ \ \text{سم}$$

$$\theta = ٨٠ \ \text{جا} \ ٥٥ = ٦٥ر٥٣٢^{\circ}$$

$$\text{نق}_{٥٥} = \text{نق ظتا} \ ٥٥ = ١٧ر٨٤١٢ \ \text{سم}$$

$$\text{نق}_{٦٠} = ٢٥ر٤٨ \sqrt{\text{ظتا}^{2}\,٥٥ + ٢ - ٢\,\frac{\text{جا}\,٦٠}{\text{جا}\,٥٥}}$$

$$= ١٥ر٦٢٠٩ \ \text{سم}$$

$$\text{نق}_{٦٥} = ٢٥ر٤٨ \sqrt{\text{ظتا}^{2}\,٥٥ + ٢ - ٢\,\frac{\text{جا}\,٦٥}{\text{جا}\,٥٥}}$$

$$= ١٣ر٤٢٢٣ \ \text{سم}$$

$$\text{نق}_{٥٠} = ٢٥ر٤٨ \sqrt{\text{ظتا}^{2}\,٥٥ + ٢ - ٢\,\frac{\text{جا}\,٥٠}{\text{جا}\,٥٥}}$$

$$= ٢٠ر٠٦٢٣ \ \text{سم}$$

$$\text{نق}_{٥٥} = ٢٥٫٤٨ \sqrt{\text{ظتا}^{٢}\,٥٥ + ٢ - ٢\,\frac{\text{حا}\,٤٥}{\text{حا}\,٥٥}}$$

$$= ٢٢٫٢٦٩٢ \text{ سم}$$

٦ ــ مسقط لامبرت المخروطى متساوى المساحات

(الحالة الثانية)

يعالج هذا المسقط التشوية الواضح فى الحالة الأولى والذى يتزايد فى خطوط العرض عند ابتعادها عن العرض الرئيسى حتى تظهر نقطـــة القطب على شكل قوس دائرة .

فى هذا المسقط تؤخذ نقطة رأس المخروط لتمثل نقطة القطب ويتم اختيار مخروط يحقق الشرطين الآتيين :

ا ــ طول القوس الذى يمثل دائرة العرض الرئيسى يساوى طـــول هذه الدائرة على سطح الأرض .

ب ــ المساحة عـــلى المسقط من رأس المخروط إلى قوس دائرة العرض الرئيسى تساوى المساحة على سطح الأرض بين دائرة العرض الرئيسى والقطب .

هذان الشرطان يعطيان خصائص المخروط المطلوب

فإذا كانت زاوية الرأس ϑ ونصف قطر القوس المرسوم به دائرة العرض الرئيسى نق α

يكون طول القوس الذى يمثل دائرة العرض الرئيسى على المسقط مساويا لمحيط دائرة العرض الرئيسى على سطح الارض

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} \text{ ، } \text{ن}_\alpha = ٢ \text{ ط ن جتا } \alpha$$

$$\text{ن}_\alpha = \frac{٣٦٠}{\theta} \text{ ن جتا } \alpha \qquad (١)$$

وتكون المساحة من رأس المخروط إلى قوس دائرة العرض الرئيسى على المسقط مساوية للمساحة المناظرة على سطح الارض

$$\frac{١}{٢} \text{ن}_\alpha^{٢} \times \theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} = ٢ \text{ ط ن}^{٢} (١ - \text{جا } \alpha)$$

$$\text{ن}_\alpha^{٢} = ٢ \times \frac{٣٦٠}{\theta} \text{ن}^{٢} (١ - \text{جا } \alpha) \qquad (٢)$$

لإختصار المعادلتين (١) ، (٢) نتخذ الرمز $x = ٩٠^\circ - \alpha$ وتسمى زاوية x متمم العرض .

تصبح المعادلة (١)

$$\text{ن}_\alpha = \frac{٣٦٠}{\theta} \text{ ن جا } x$$

$$= \frac{٣٦٠}{\theta} \text{ ن} \times ٢ \text{ جا } \frac{x}{٢} \text{ جتا } \frac{x}{٢} \qquad (٣)$$

وتصبح المعادلة (٢)

$$\text{ص}^{2}_{\alpha} = \text{٢} \times \frac{\text{٣٦٠}}{\theta} \text{ص}^{2}_{\text{ه}} (\text{١} - \text{جتا } x)$$

$$= \text{٢} \times \frac{\text{٣٦٠}}{\theta} \text{ص}^{2} \times \text{٢ جا}^{2} \frac{x}{\text{٢}} \qquad (\text{٤})$$

وبقسمة المعادلة (٤) على المعادلة (٣) ينتج

$$\text{ص}_{\alpha} = \text{٢ ص}_{\text{ه}} \text{ ظا } \frac{x}{\text{٢}} \qquad (\text{٥})$$

ومنها نجد أن ثابت المخروط $= \frac{\phi}{\text{٣٦٠}} = \text{جتا}^{2} \frac{x}{\text{٢}}$ (٦)

ولإيجاد نصف قطر دائرة العرض ϕ نطبق شرط تساوى المساحات

$$\frac{\text{١}}{\text{٢}} \text{نق}^{2}_{\phi} \times \theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} = \text{٢ ط نق}^{2} (\text{١} - \text{حا } \phi)$$

وباستخدام الرمز $\psi = \text{٩٠}^{\circ} - \phi$ أى أن ψ تتمم ϕ نجد أن

$$\text{نق}^{2}_{\phi} = \frac{\text{٣٦٠}}{\theta} \times \text{٤ نق}^{2} \text{ حا}^{2} \frac{\psi}{\text{٢}}$$

$$= ٤\ نق^{٢} \frac{حا^{٢} \frac{\psi}{٢}}{حتا^{٢} \frac{\psi}{٢}}$$

ومنها $نق_{\phi} = ٢\ نق\ حا \frac{\psi}{٢}\ قا \frac{x}{٢}$

طريقة الإنشاء

مماثلة تماما لباقى المساقط المخروطية

مثال

مسقط لامبرت المخروطى متساوى المساحات (الحالة الثانية) بمقياس ١ : ١٢٫٥ مليون وفيه العرض الرئيسى ٤٨° شمال والإتساع الطولى للمسقط ١٤٠°

نق = ٥٠٫٩٦ سم

متمم العرض الرئيسى = ٤٢°

$ثابت\ المخروط = جتا^{٢} \frac{٤٢}{٢} = ٠٫٨٧١٥٧$

زاوية الرأس = ١٤٠ × ٠٫٨٧١٥٧ = ١٢٢٫٠٢٠°

$نق_{٤٨} = ٢\ نق\ ظا \frac{٤٢}{٢} = ٣٩٫١٢٣٤$ سم

$نق_{٤٤} = ٢\ نق\ حا \frac{٤٦}{٢}\ قا \frac{٤٢}{٢} = ٤٢٫٦٥٦٥$ سم

$$\text{نق}_{٥٢} = \text{٢ نق جا } \frac{٣٨}{٢} \text{ قا } \frac{٤٢}{٢} = \text{٣٥٫٥٤٢٦ سم}$$

٧ — مسقط بون المخروطي متساوي المساحات

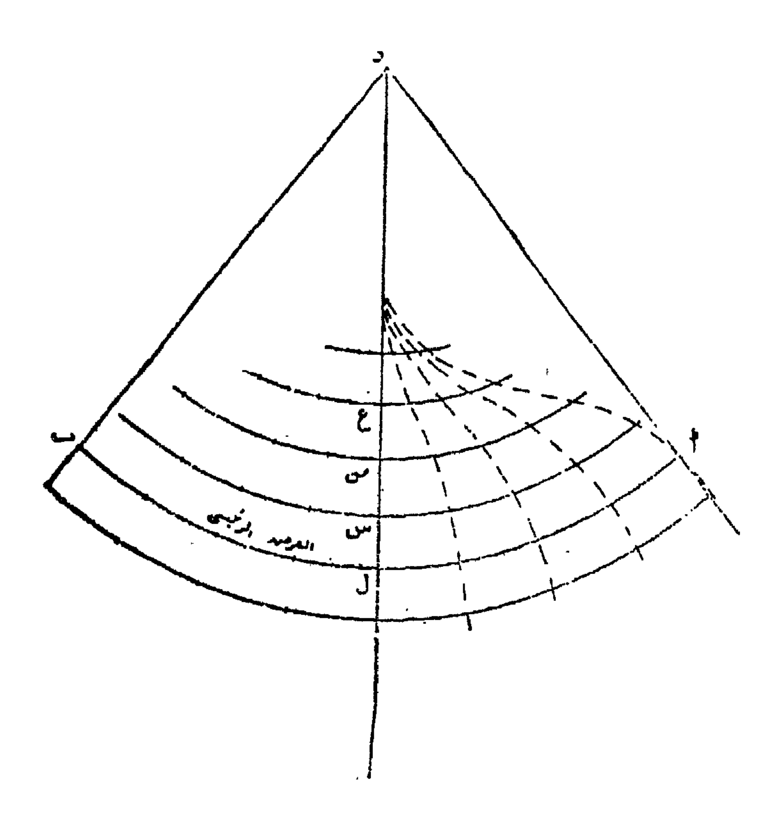
يشبه هذا المسقط في طريقة إنشائه المسقط المخروطي البسيط ، فيما عدا أن الأقواس التي تمثل خطوط العرض لا تمتد بين ضلعي الزاوية المحددة للمسقط ، ولكن كل قوس على حدة يساوي في طوله طول دائرة العرض المناظرة له على سطح الأرض . بهذا تكون المساحات على المسقط مساوية للمساحات على سطح الأرض.

إذا تتبعنا أحد خطي الطول المحددين للمسقط وهو الخط الذي يصل بين نقط نهايات أقواس دوائر العرض نجد أن شكله يكون منحنياً . وتأخذ باقي خطوط الطول أشكالا منحنية مشابهة .

يستخدم هذا المسقط في خرائط الأطلس وخرائط الحائط لتمثيل أوروبا ، آسيا ، أمريكا الشمالية واستراليا - كما يستخدم لتمثيل مناطق كبيرة متوسطة الموقع بين القطب والاستواء مثل الاتحاد السوفيتي .

يعطي مسقط بون صورة لشبكة خطوط الطول والعرض أقرب إلى الحقيقة من مسقطي لامبرت المخروطيين اللذين يظهران خطوط الطول على هيئة خطوط مستقيمة مع أن شكلها الحقيقي على الأرض يكون مستديرا .

طريقة الإنشاء



شكل ٩٢

١ — نرسم خطا رأسيا يمثل خط الطول الأوسط ونأخذ عليه نقطة ر تمثل رأس المخروط .

٢ ـ نرسم ضلعي الزاوية θ بحيث ينصفها خط الطول الأوسط .

والزاوية θ تمثل عدد الدرجات الطولية (λ) المطلوب تمثيلها

$\theta = \lambda$ حا α حيث α هو العرض الرئيسي

٢ - ترسم دائرة العرض الرئيسي α من المركز ر بنصف قطر يساوي نق ظتا α يقابل ضلعي الزاوية θ في ا ، ب .

٤ - يقسم القوس ا ب إلى عدد من الأقسام المتساوية .

وتمثل نقط التقسيم تقاطعات خطوط الطول مع دائرة العرض الرئيسي .

٥ - من نقطة تقاطع خط الطول الأوسط مع دائرة العرض الرئيسي (ل) نأخذ المسافات ل س ، ل ص ، ل ع ، ... تساوي الأبعاد الحقيقية على سطح الأرض الكروي بين دوائر العرض المختلفة ودائرة العرض الرئيسي .

ومن المركز ر وبأنصاف أقطار تساوي ر س ، ر ص ، ر ع ، ... ترسم أقواس دوائر العرض .

٦ - نحدد نهايتي كل قوس من دوائر العرض بحيث يكون طول القوس مساويا للطول الحقيقي لهذه الدائرة على سطح الأرض .

يتم هذا التحديد من العلاقة الرياضية السابق ذكرها كما يلي :

طول القوس على المسقط = الطول المناظر على سطح الأرض .

الزاوية عند مركز القوس × نصف القطر على المسقط

= الزاوية × نصف القطر على الأرض

$$\theta_\varphi \times \text{نق}_\varphi = \lambda \times \text{نق جتا } \varphi$$

$$\theta_\varphi = \frac{\lambda \times \text{نق جتا } \varphi}{\text{نق}_\varphi}$$

٧ - يقسم كل قوس يمثل دائرة عرض على حدة أقساما متساوية .

٨ - نصل نقط التقسيم المتناظرة نحصل على خط الطول .

مثال

مسقط برن بمقياس ١ : ٧½ مليون وفيه العرض الرئيسي ٤٥° شمال والإتساع الطولي للمسقط ١٦٠°

ن = ٨٤ر٩٢٣٣ سم

ن٤٥ = ن ظتا ٤٥ = ٨٤ر٩٢٣٣ سم

θ٤٥ = ١٦٠ جا ٤٥ = ١١٣ر١٣٧°

٣° عرضية على سطح الارض = ٣ × ط / ١٨٠ × ن = ٤ر٤٤٧١ سم

ن٤٢ = ٨٤ر٩٢٣٣ + ٤ر٤٤٧١ = ٨٩ر ٨٠٤ سم

θ٤٢ = (١٦٠ ن حتا ٤٢) / ٨٩ر٣٨٠٤ = ١١٢ر٩٨٧°

ن٣٩ = ٨٩ر٣٨٠٤ + ٤ر٤٤٧١ = ٩٣ر٨٢٧٥ سم

θ٣٩ = (١٦٠ ن حتا ٣٩) / ٩٣ر٨٢٧٥ = ١١٢ر٥٥٦°

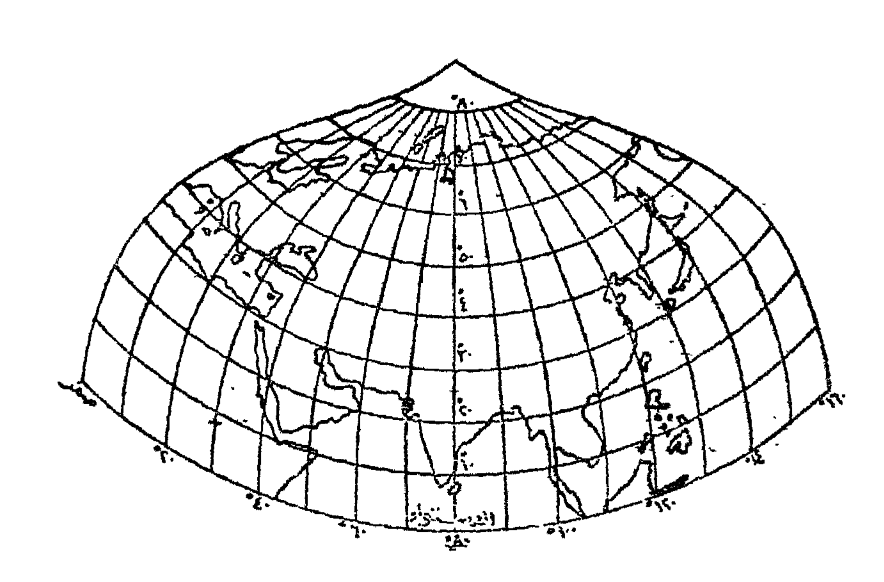
$$\text{ن}_{48} = \text{٨٤ر٩٢٣٣} - \text{٤ر٤٤٧١} = \text{٨٠ر٤٨٦٢ م}$$

$$\theta_{48} = \frac{\text{١٦٠} \times \text{ن حتا ٤٨}}{\text{٨٠ر٤٨٦٢}} = \text{١١٢ر٩٧٦}^\circ$$

$$\text{ن}_{51} = \text{٨٠ر٤٨٦٢} - \text{٤ر٤٤٧١} = \text{٧٦ر٠٣٩١ م}$$

$$\theta_{51} = \frac{\text{١٦٠} \times \text{ن حتا ٥١}}{\text{٧٦ر٠٣٩١}} = \text{١١٢ر٤٦٩}^\circ$$

ر.



شكل ٩٣

قارة آسيا على مسقط بون . العرض الرئيسى ٤٠° شمال

٨ — المسقط المخروطى متساوى المساحات بعرضين رئيسيين

أو

مسقط البرز

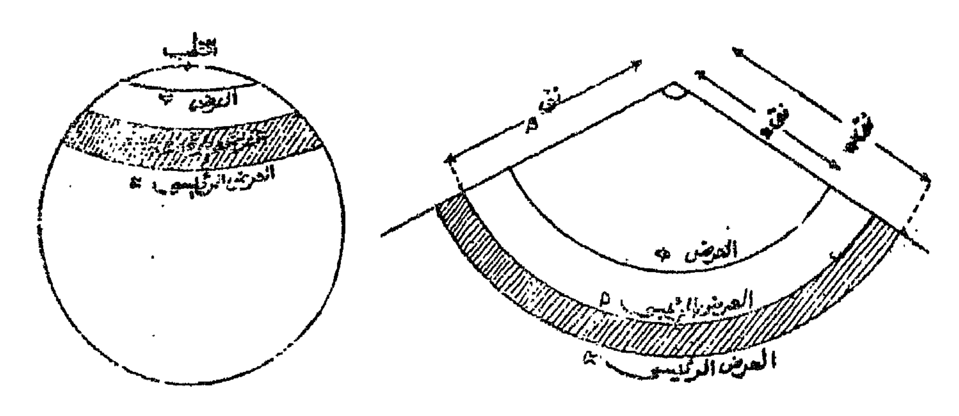
كما يتبين من إسم المسقط ، يتم رسمه بطريقة مشابهة للمسقط المخروطى بعرضين رئيسيين . ويعتمد المسقط على مخروط افتراضى يحقق الشرطين الآتيين :

أولا : قوسان من دوائر العرض المرسومة من رأس المخروط كمركز ، يساويان فى طولهما دائرتين من دوائر العرض مثل α ، β .

ثانيا : المساحة على المسقط المحصورة بين هذين القوسين تساوى مساحة المنطقة على سطح الأرض بين دائرتى العرض α ، β .

فى هذا المسقط وكذلك فى المسقط المخروطى بعرضين رئيسيين يظهر القطب على شكل قوس من دائرة العرض .

الخصائص الهندسية للمسقط



شكل ٩٤

نفرض أن نصف قطر قوس دائرة العرض الرئيسى α على المسقط = نق$_\alpha$

ونفرض أن نصف نطر قوس دائرة العرض الرئيسى β على المسقط = نق$_β$

ونفرض أن زاوية رأس المخروط الذى يحقق المسقط = θ

طول القوس الأول على المسقط = طول محيط دائرة العرض α على سطح الأرض

$$θ \times \frac{ط}{١٨٠} \times نق_α = ٢ \; ط \; نق \; جتا \; α$$

$$نق_α = \frac{٣٦٠}{θ} \; نق \; جتا \; α \qquad (١)$$

وبالمثل

$$نق_β = \frac{٣٦٠}{θ} \; نق \; جتا \; β \qquad (٢)$$

وأيضا المساحة على المسقط بين القوسين α ، β = المساحة المناظرة على سطح الأرض

$$\frac{١}{٢} \times θ \times \frac{ط}{١٨٠} \; (نق_α^٢ - نق_β^٢) = ٢ \; ط \; نق^٢ (جا \; β - جا \; α) \qquad (٣)$$

نعوض عن نق$_α$ ، نق$_β$ فى المعادلة (٣) بما يساويها من المعادلتين (١)،(٢) وينتج أن

$$\frac{٣٦٠}{θ} \; نق^٢ \; (جتا^٢ \; α - جتا^٢ \; β) = ٢ \; نق \; (جا \; β - جا \; α)$$

$$\frac{θ}{٣٦٠} = ثابت المخروطي = ث = \frac{جتا^٢ \; α - جتا^٢ \; β}{٢ (جا \; β - جا \; α)}$$

$$= \frac{\text{جا}^{2}\beta - \text{جا}^{2}\alpha}{\text{٢}\,(\text{جا}\,\beta - \text{جا}\,\alpha)}$$

$$\text{ث} = \frac{\text{جا}\,\beta + \text{جا}\,\alpha}{\text{٢}}$$

وبالرجوع الى المعادلتين (١) ، (٢) نجد أن

$$\text{نق}_{\alpha} = \frac{\text{نق جتا}\,\alpha}{\text{ث}}$$

$$\text{نق}_{\beta} = \frac{\text{نق جتا}\,\beta}{\text{ث}}$$

ومن العلاقات الثلاثة السابقة يمكن رسم مخروط المسقط وكذلك أقواس دائرة العرض الرئيسيين.

ولرسم أقواس دوائر العرض الأخرى نرمز لنصف قطر دائرة العرض ϕ بالرمز نق_{ϕ}

وتكون المساحة على المسقط بين قوسى دائرتى العرض ϕ ، β (مثلا) مساوية للمساحة المناظرة على سطح الأرض . أى أن

$$\frac{1}{2} \times \theta \times \frac{\text{ط}}{\text{١٨٠}} \left(\text{نق}_{\beta}^{2} - \text{نق}_{\phi}^{2}\right) = \text{٢ ط نق}^{2} \left(\text{حا}\,\phi - \text{حا}\,\beta\right)$$

$$\text{نق}_{\beta}^{2} - \text{نق}_{\phi}^{2} = \frac{\text{٢ نق}^{2}}{\text{ث}} \left(\text{حا}\,\phi - \text{حا}\,\beta\right)$$

$$\text{نق}_{\phi} = \sqrt{\text{نق}_{\beta}^{2} - \frac{\text{٢ نق}^{2}}{\text{ث}} \left(\text{حا}\,\phi - \text{حا}\,\beta\right)}$$

طريقة الإنشاء

يرسم المسقط المخروطى متساوى المساحات بعرضين رئيسيين بنفس الطريقة المتبعة فى رسم المساقط المخروطية .

مثال: مسقط البرز بعرضين رئيسيين ٥٥° ، ٧٠° شمال بمقياس ١ : ١٠ مليون - يمثل ١٠٠ درجة طولية

نق = ٦٣٫٧٠ سم

ثابت المخروط ث = $\frac{\text{جا ٥٥ + جا ٧٠}}{٢}$ = ٠٫٨٧٩٤٢

قيمة زاوية الرأس = ١٠٠ × ث = ٨٧٫٩٤٢°

نصف قطر قوس دائرة العرض ٥٥° = $\frac{\text{نق جتا ٥٥}}{\text{ث}}$ = ٤١٫٥٤٦ سم .

نصف قطر قوس دائرة العرض ٧٠° = $\frac{\text{نق جتا ٧٠}}{\text{ث}}$ = ٢٤٫٧٧٤ سم

نصف قطر قوس دائرة العرض ٧٥°

$$= \sqrt{(٢٤٫٧٧٤)^٢ - \frac{٢(٦٣٫٧٠)^٢}{٫٨٧٩٤٢}(\text{جا ٧٥} - \text{جا ٧٠})} = ١٩٫٢٧٩ \text{ سم}$$

وبالمثل نصف قطر قوس دائرة العرض ٦٥° = ٣٦٢ر٣٠٠م

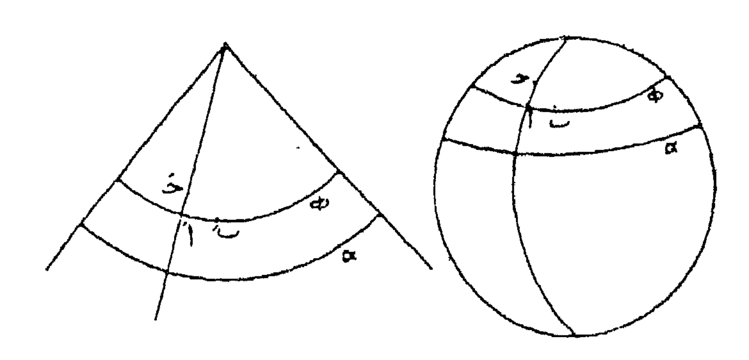
» » » » » » ٦٠° = ٩٦٦ر٣٥ »

٩ - المسقط المخروطى التشابهى
أو
مسقط لامبرت المخروطى التشابهى

خاصية التشابة فى هذا المسقط تحقق التعامد بين خطوط الطول ودوائر العرض كما تعطى تناسبا فى الأبعاد المرسومة على المسقط مع نظيراتها على سطح الأرض.

فى هذا المسقط يرسم مخروط مماثل تماما لمخروط التماس أى أن زاوية رأس المخروط θ = ٣٦٠° حا α حيث α هو العرض الرئيسى

ويكون نصف القطر على المسقط لقوس دائرة العرض الرئيسى نق$_\alpha$ = نق ظتا α كما فى حالة مخروط التماس .



شكل ٩٥

ونرسم أقواس دوائر العرض بحيث تكون مراكزها عند رأس المخروط وبحيث تحقق خاصية التشابه — أى بحيث تعطى تناسبا فى الابعاد

نفرض أن ا ، ب نقطتان على دائرة العرض ϕ على سطح الأرض وتبعدان عن بعضها بزاوية طول صغيرة مقدارها $\Delta\ \lambda$.

نفرض نقطة حـ على خط طول ا وتبعد عن ا بزاوية عرض صغيرة مقدارها $\Delta\ \phi$.

ونفرض أن اَ ، بَ ، حـَ هى مساقط النقط ا ، ب ، حـ

ونفرض أن قيمة نصف قطر دائرة العرض ϕ على المسقط = ر

ا ب = نق جتا ϕ . $\Delta\ \lambda$

ا حـ = نق . $\Delta\ \phi$

اَ حـَ = — Δ ر

اَ بَ = ر . $\Delta\ \lambda$

$\Delta\ \theta$ = حا α . $\Delta\ \lambda$

للتشابه بين الخريطة وسطح الأرض يكون

$$\frac{\text{اَ حـَ}}{\text{ا حـ}} = \frac{\text{اَ بَ}}{\text{ا ب}}$$

$$\frac{-\Delta\ \text{ر}}{\text{نق}\ \Delta\ \phi} = \frac{\text{ر}\cdot\Delta\ \theta}{\text{نق جتا}\ \phi\ .\ \Delta\ \lambda}$$

وبالتعويض عن $\Delta\ \theta = \text{حا}\ \alpha\ \Delta\ \lambda$ ينتج أن

$$\frac{-\Delta\ \text{ر}}{\text{ر}} = \frac{\text{حا}\ \alpha\ .\ \Delta\ \phi}{\text{جتا}\ \phi} = \text{حا}\ \alpha\ \text{قا}\ \phi\ .\ \Delta\ \phi$$

وباجراء التكامل

$$\int_{\text{نق}_\alpha}^{\text{نق}_\phi} \frac{\text{ى ر}}{\text{ر}} = -\text{حا}\ \alpha \int_{\alpha}^{\phi} \text{قا}\ \phi\ \text{ى}\ \phi$$

$$\Big[\text{لو ر}\Big]_{\text{نق}_\alpha}^{\text{نق}_\phi} = \text{حا}\ \alpha \left[\text{لو ظا}\left(\text{٤٥} + \frac{\phi}{\text{٢}}\right)\right]_{\alpha}^{\phi}$$

$$\frac{\text{نق}\ \phi}{\text{نق}\ \alpha} = \left[\frac{\text{ظا}\left(\text{٤٥} + \frac{\phi}{\text{٢}}\right)}{\text{ظا}\left(\text{٤٥} + \frac{\alpha}{\text{٢}}\right)}\right]^{-\text{حا}\ \alpha}$$

$$\text{نق}_\phi = \text{نق}_\alpha \left[\frac{\text{ظا}\left(\text{٤٥} + \frac{\phi}{\text{٢}}\right)}{\text{ظا}\left(\text{٤٥} + \frac{\alpha}{\text{٢}}\right)}\right]^{-\text{حا}\ \alpha}$$

$$نق_{\phi} = نق_{\alpha} \left[\frac{ظا \left(٤٥ + \frac{\alpha}{٢}\right)}{ظا \left(٤٥ + \frac{\phi}{٢}\right)} \right]^{جا\ \alpha}$$

ومن هذه العلاقة تتحدد قيم انصاف اقطار أقواس دوائر العرض

__مثال:__ مسقط مخروطي تشابهي بمقياس ١ : ٧ $\frac{١}{٢}$ مليون ، فيه العرض الرئيسي ٤٠° شمال والاتساع الطولي ٨٠ درجة .

نق = ٨٤ر٩٣٣٣ سم

زاوية رأس المخروط θ = ٨٠ × جا ٤٠ = ٥١ر٤٢٣°

$نق_{٤٠}$ = نق ظتا ٤٠ = ١٠١ر٢١٩٦ سم

$$نق_{٣٠} = نق_{٤٠} \left[\frac{ظا \left(٤٥ + \frac{٤٠}{٢}\right)}{ظا \left(٤٥ + \frac{٣٥}{٢}\right)} \right]^{جا\ ٤٠} = ١٠٨ر٦٤١\ سم$$

$$نق_{٤٥} = نق_{٤٠} \left[\frac{ظا \left(٤٥ + \frac{٤٠}{٢}\right)}{ظا \left(٤٥ + \frac{٤٥}{٢}\right)} \right]^{جا\ ٤٠} = ٩٣ر٧٩٨٢\ سم$$

$$\text{نق}_{٥٠} = \text{نق}_{٤٠} \left[\frac{\text{ظا}\,(٤٥ + \frac{٤٠}{٢})}{\text{ظا}\,(٤٥ + \frac{٥٠}{٢})} \right]^{\text{جا}\,٤٠} = ٨٦٫٣١٧٠ \text{ سم}$$

تحوير للعلاقات فى المسقط

يمكن باستخدام متممات زوايا العرض الوصول الى صورة مبسطة للعلاقة التى تعطى قيمة نصف القطر نق_{ϕ} .

x تتمم العرض α أى $\alpha = ٩٠ - x$

ψ » » ϕ أى $\phi = ٩٠ - \psi$

$$\text{نق}_{\phi} = \text{نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا}\,(٤٥ + \frac{٩٠ - x}{٢})}{\text{ظا}\,(٤٥ + \frac{٩٠ - \psi}{٢})} \right]^{\text{جا}\,\alpha}$$

$$= \text{نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا}\,(٩٠ - \frac{x}{٢})}{\text{ظا}\,(٩٠ - \frac{\psi}{٢})} \right]^{\text{جا}\,\alpha}$$

$$\text{نق}_{\phi} = \text{نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi}{٢}}{\text{ظا}\,\frac{x}{٢}} \right]^{\text{جا}\,\alpha}$$

١٠ — المسقط المخروطى التشابهى بعرضين رئيسيين

هذا المسقط يماثل المسقط المخروطى التشابهى بعرض رئيسى واحد وذلك فى طريقة الإنشاء .

فى المسقط المخروطى التشابهى بعرض رئيسى واحد يكون طول قوس العرض الرئيسى على الخريطة مساويا لنظيره على سطح الأرض . أما باقى أقواس دوائر العرض المرسومة على الخريطة فتكون أطول من نظيراتها على سطح الأرض وهذه الزيادة فى أطوال أقواس دوائر العرض تكون تقريبا متساوية كلما ابتعدنا عن العرض الرئيسى .

وعلى ذلك لو قمنا بتصغير مقياس رسم المسقط المخروطى بعرض رئيسى واحد بنسبة معينة أمكن الوصول الى عرضين أحدهما شمال العرض الرئيسى والآخر جنوبه ، يكونان متساويان فى طوليهما للعرضين المناظرين على سطح الأرض . فى هذه الحالة تكون أطوال أقواس دوائر العرض المرسومة على الخريطة بين هذين العرضين أقصر من الأقواس المناظرة على سطح الأرض .

للتعرف على العلاقات التى تحدد شكل المسقط نبدأ بالعلاقات الخاصة بالمسقط المخروطى بعرض رئيسى واحد α .

تكون زاوية الرأس $\theta = \lambda$ حا α

ويكون $نق_{\alpha} =$ نق ظتا α

$$نق_{\varphi} = نق_{\alpha} \left[\frac{ظا \frac{\psi}{٢}}{ظا \frac{x}{٢}} \right]^{حا\, \alpha} \quad حيث \quad \psi = ٩٠ - \varphi \quad ، \quad x = ٩٠ - \alpha$$

نفرض أننا نقوم بتصغير مقياس الرسم بالمعامل ك وبذلك نصل الى عرضين ϕ_1 ، ϕ_2 مساويان فى طوليهما لنظيريهما على الأرض .

$$\text{نق}_{\psi_1} \text{ الجديد} = \text{ك نق}_{\phi_1} = \text{ك نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا } \frac{\psi_1}{٢}}{\text{ظا } \frac{x}{٢}} \right]^{\text{جا } \alpha} \qquad (١)$$

حيث $\psi_1 = ٩٠ - \phi_1$

$$\text{نق}_{\psi_2} \text{ الجديد} = \text{ك نق}_{\phi_2} = \text{ك نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا } \frac{\psi_2}{٢}}{\text{ظا } \frac{x}{٢}} \right]^{\text{جا } \alpha} \qquad (٢)$$

حيث $\psi_2 = ٩٠ - \phi_2$

طول قوس دائرة عرض رئيسى على الخريطة = طول القوس المناظر على الأرض

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} \times \text{ك نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا } \frac{\psi_1}{٢}}{\text{ظا } \frac{x}{٢}} \right] = ٢ \text{ ط نق جتا} \phi_1$$

$$= ٢ \text{ ط نق جا } \psi_1 \qquad (٣)$$

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} \times \text{ك}\ \text{نق}_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا}\ \frac{\psi_{٢}}{٢}}{\text{ظا}\ \frac{x}{٢}} \right]^{\text{جا}\ \alpha} = ٢\ \text{ط}\ \text{نق}\ \text{جا}\ \phi_{٢}$$

$$= ٢\ \text{ط}\ \text{نق}\ \text{جا}\ \psi_{٢} \qquad (٤)$$

وبالقسمة ينتج أن

$$\left[\frac{\text{ظا}\ \frac{\psi_{١}}{٢}}{\text{ظا}\ \frac{\psi_{٢}}{٢}} \right]^{\text{جا}\ \alpha} = \frac{\text{جا}\ \psi_{١}}{\text{جا}\ \psi_{٢}}$$

وبأخذ اللوغاريتمات

$$\text{جا}\ \alpha = \frac{\text{لو جا}\ \frac{\psi_{١}}{٢} - \text{لو جا}\ \frac{\psi_{٢}}{٢}}{\text{لو ظا}\ \frac{\psi_{١}}{٢} - \text{لو ظا}\ \frac{\psi_{٢}}{٢}}$$

ومن هذه العلاقة تتحدد قيمة زاوية الرأس ومنها أيضا تتحدد قيمة

$$\text{نق}_{\alpha} = \text{نق}\ \text{ظتا}\ \alpha$$

ومن المعادلة (٣) أو (٤) نحصل على قيمة المعامل ك وذلك بعد إستبدال

$$\frac{\theta}{٣٦٠} = \text{جا}\ \alpha \quad (\text{ثابت المخروط})$$

$$\theta \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} \times \text{ك} \times \text{نق ظتا}\,\alpha \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi_1}{٢}}{\text{ظا}\,\frac{x}{٢}} \right]^{\text{حا}\,\alpha}$$

$$= ٢\ \text{ط نق حا}\ \psi_1$$

$$\text{ك} = \frac{\text{حا}\,\psi_1}{\text{حا}\,x} \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{x}{٢}}{\text{ظا}\,\frac{\psi_1}{٢}} \right]^{\text{حا}\,\alpha}$$

وتساوي أيضا
$$\frac{\text{حا}\,\psi_2}{\text{حا}\,x} \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{x}{٢}}{\text{ظا}\,\frac{\psi_2}{٢}} \right]^{\text{حا}\,\alpha}$$

ومن المعادلة (١) نحصل على

$$\text{نق}_{\varphi_1} = \text{نق}_\alpha \cdot \frac{\text{حا}\,\psi_1}{\text{حا}\,x}$$

ومن المعادلة (٢) $\text{نق}_{\varphi_2} = \text{نق}_\alpha \cdot \frac{\text{حا}\,\psi_2}{\text{حا}\,x}$

ونحصل على نصف قطر قوس أى دائرة العرض $\varphi = \text{ك}\ \text{نق}_\varphi$

$$= \text{لو نق}_\alpha \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi}{2}}{\text{ظا}\,\frac{x}{2}}\right] = \text{نق}_\alpha \cdot \frac{\text{حا}\,\psi_1}{\text{حا}\,x} \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi}{2}}{\text{ظا}\,\frac{\psi_1}{2}}\right]^{\text{حا}\,\alpha}$$

$$= \text{نق}_{\varphi_1} \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi}{2}}{\text{ظا}\,\frac{\psi_1}{2}}\right]^{\text{حا}\,\alpha} \quad \text{كما يساوى أيضا} \quad \text{نق}_{\varphi} \cdot \left[\frac{\text{ظا}\,\frac{\psi}{2}}{\text{ظا}\,\frac{\psi_2}{2}}\right]^{\text{حا}\,\alpha}$$

<u>مثال</u> : مسقط مخروطى تشابهى بعرضين رئيسيين هما ٤٤ ، ٦٠° شمـــال بمقياس ١ : ١٠ مليون والاتساع الطولى ١٠٠°

نق = ٦٣ر٧٠ سم

$$\text{ثابت المخروط حا}\ \alpha = \frac{\text{لو حا}\ ٤٦ - \text{لو حا}\ ٣٠}{\text{لو ظا}\ \frac{٤٦}{٢} - \text{لو ظا}\ \frac{٣٠}{٢}} = ٠ر٧٩٠٦١٣$$

ومنها α = ٥٢ر٢٤٢٨°

زاوية رأس المخروط = ١٠٠ حا α = ٧٩ر٠٦١٣°

ن_α = نق ظتا α = ٤٩ر٣٢٤٥ سم

$$\text{ن}_{٤٤} = \text{ن}_\alpha \frac{\text{حا}\ ٤٦°}{\text{حا}\ ٣٧ر٧٥٧٢°} = ٥٧ر٩٥٧٤\ \text{سم}$$

$$ن_{٦٠} = ن\,\alpha \; \frac{\text{جا } ٣٠^\circ}{\text{جا } ٣٧ر٧٥٧٢^\circ} = ٤٠ر٢٨٥١ \text{ سم}$$

$$ن_{٤٨} = ن_{٤٤} \left[\frac{\text{ظا } \frac{٤٢}{٢}}{\text{ظا } \frac{٤٦}{٢}} \right]^{\text{جا } \alpha} = ٥٣ر٥٢٧٨ \text{ سم}$$

$$ن_{٥٢} = ن_{٤٤} \left[\frac{\text{ظا } \frac{٣٨}{٢}}{\text{ظا } \frac{٤٦}{٢}} \right]^{\text{جا } \alpha} = ٤٩ر١١٩٩ \text{ سم}$$

$$ن_{٥٦} = ن_{٤٤} \left[\frac{\text{ظا } \frac{٣٤}{٢}}{\text{ظا } \frac{٤٦}{٢}} \right]^{\text{جا } \alpha} = ٤٤ر٧١٣٢ \text{ سم}$$

إنشاء المساقط المخروطية بالمقاييس الكبيرة
باستخدام الاحداثيات المتعامدة

فى الأمثلة السابق حسابها فى المساقط المخروطية لم تتجاوز أنصاف أقطار أقطار دوائر العرض طول المتر وذلك فى المقاييس التى لاتزيد عن ١ : ١٠ مليون.

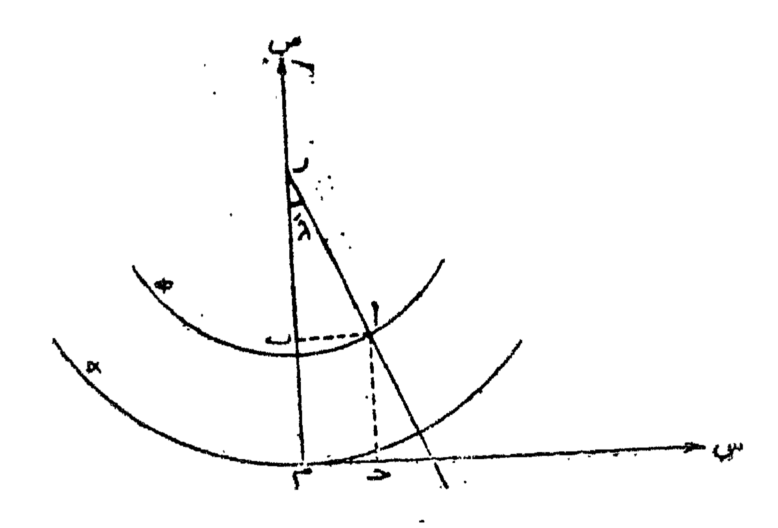
ولما كانت أدوات وأجهزة الرسم المعتادة تعجز عن رسم دوائر بأنصاف أقطار كبيرة فى حالة المقاييس الكبيرة ، ولرسم مسقط مخروطى بمقياس كبير تستخدم طريقة التوقيع بالاحداثيات .

فى تلك الحالة نعتبر أن سطح الخريطة لوحة مستوية بها محوران للاحداثيات س ، ص ونقوم بحساب احداثيات النقط التى تشكل الهيكل الجغرافى للمسقط وهى نقط تقاطع خطوط الطول والعرض المطلوب بيانها على المسقط. وفى النهاية نصل بين النقط المتناظرة على خطوط الطول والنقط المتناظرة على خطوط العرض فينتج الهيكل المطلوب .

إنشاء المسقط المخروطى البسيط

باستخدام الاحداثيات المتعامدة

نتخذ خط الطول الأوسط محورا للصادات وتكون نقطة الأصل عند العرض الرئيسى α . ونأخذ محور السينات عموديا على محور الصادات عند نقطة الأصل . النقطة ا على المسقط تقع على العرض ϕ وعلى خط الطول الذى يبعد عن الطول الأوسط بزاوية λ على سطح الأرض ويقابلها على سطح الخريطة الزاوية $\bar{\lambda}$ حيث $\bar{\lambda} = \lambda$ حا α



شكل ٩٦

ونرمز إلى طول المسافة من رأس المخروط (ر) إلى العرض ϕ بالرمز نق$_{\phi}$

واضح أن الاحداثي السيني(س) للنقطة ا = ا ب = نق$_{\phi}$ حا λ'

والاحداثي الصادي(ص) للنقطة ا = ا هـ = ر م − ر ب

= نق$_{\alpha}$ − نق$_{\phi}$ جتا λ'

ص = نق ظتا$_{\alpha}$ − نق$_{\phi}$ جتا λ'

مثال : مسقط مخروطي بسيط بمقياس ١ : ٢ مليون فيه العرض الرئيسي ٥٤° شمال والطول الأوسط ٤° غرب

ثابت المخروط = حا ٥٤° = ٠ر٨٠٩٢

نصف قطر دائرة العرض الرئيسي نق$_{٥٤}$ = نق ظتا ٥٤° = ٢٣١ر٤٠٤ سم

المسافة القوسية على سطح الأرض التي تقابل ١° عرضية

$$= \text{نق} \times ١ \times \frac{ط}{١٨٠} = ٥ر٥٥٩$$

نق$_{٥٣}$ = ٢٣١ر٤٠٤ + ٥ر٥٥٩ = ٢٣٦ر٩٦٣

نق$_{٥٢}$ = ٢٣٦ر٩٦٣ + ٥ر٥٥٩ = ٢٤٢ر٥٢٢

نق$_{٥٥}$ = ٢٣١ر٤٠٤ − ٥ر٥٥٩ = ٢٢٥ر٨٤٥

نق٦٠ = ٢٢٥٫٨٤٥ − ٥٫٥٥٩ = ٢٢٠٫٢٨٦

الطول ٣° غـ λ = ١ ، λ̄ = ١ × ٠٫٨ ٩٠٢ = ٠٫٨٠٩٠٢°

الطول ٢° غـ λ = ٢ ، λ̄ = ٢ × ٠٫٨٠٩٠٢ = ١٫٦١٨٠٤

الطول ١° غـ λ = ٣ ، λ̄ = ٣ × ٠٫٨٠٩٠٢ = ٢٫٤٢٧٠٦

الطول صفر λ = ٤ ، λ̄ = ٤ × ٠٫٨٠٩٠٢ = ٣٫٢٣٦٠٨

الطول ١° ق λ = ٥ ، λ̄ = ٥ × ٠٫٨٠٩٠٢ = ٤٫٠٤٥١٠

إحداثيات النقطة (عرض ٥٥° شمال ، طول ٢° غرب)

س = نق٥٥ حا ١٫٦١٨٠٤° = ٦٫٣٧٧ سم

ص = نق٤٥ − نق٥٥ جتا ١٫٦١٨٠٤ = ٥٫٦٤٩ سم

إحداثيات النقطة (عرض ٥٢° شمال ، طول جرينتش)

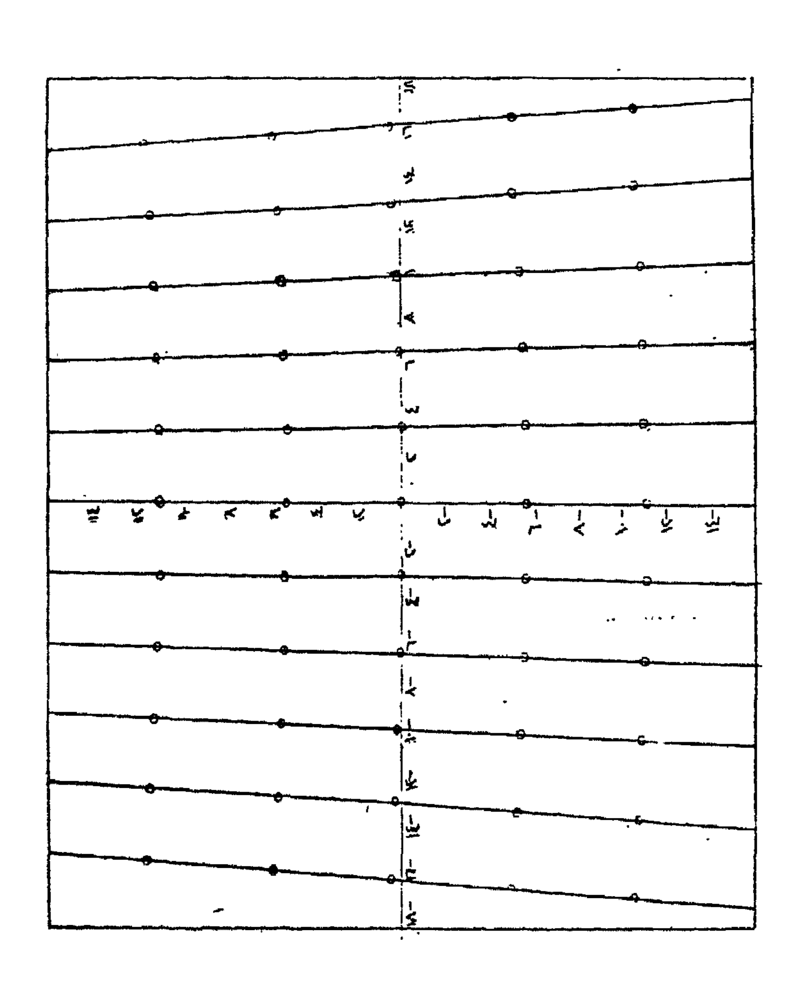
س = نق٥٢ حا ٣٫٢٣٦٠٨° = ١٣٫٦٩٠ سم

ص = نق٤٥ − نق٥٢ جتا ٣٫٢٣٦٠٨° = − ١٠٫٧٣١ سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول المبين فى صفحة ١٨٩

عرض / طول		٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦
٣° غ	س	٣ر٤٢٤	٣ر٣٤٦	٣ر٢٦٧	٣ر١٨٩	٣ر١١٠
	ص	—١١ر٠٩٤	—٥ر٥٣٥	٠ر٠٢٣	٥ر٥٨٢	١١ر١٣٤
٢° غ	س	٦ر٨٤٨	٦ر٦٩١	٦ر٥٣٤	٦ر٣٧٧	٦ر٢٢٠
	ص	—١١ر٠٢١	—٥ر٤٦٥	٠ر٠٩٢	٥ر٦٤٩	١١ر٢٠٦
١° غ	س	١٠ر٢٧٠	١٠ر٠٣٥	٩ر٧٩٩	٩ر٥٦٤	٩ر٣٢٩
	ص	—١٠ر٩٠٠	—٥ر٣٤٦	٠ر٢٠٨	٥ر٧٦٢	١١ر٣١٢
صفر	س	١٣ر٦٩٠	١٣ر٣٣٧	١٣ر٠٦٣	١٢ر٧٤٩	١٢ر٤٣٥
	ص	—١٠ر٧٣١	—٥ر١٨١	٠ر٣٦٩	٥ر٩١٩	١١ر٤٦٩
١° ق	س	١٧ر١٠٨	١٦ر٧١٦	١٦ر٣٢٤	١٥ر٩٣١	١٥ر٥٣٩
	ص	—١٠ر٥١٤	—٤ر٩٦٩	٠ر٥٧٦	٦ر١٢٢	١١٦٦٧

وتظهر نتيجة التوقيع فى شكل ٩٧



ويلاحظ الآتى :

١ ــ الاحداثيات المبينة فى القائمة خاصة بالنقط الواقعة للشرق من خط الطول الأوسط . ولما كان المسقط متماثلا بالنسبة لخط الطــول الأوسط لذلك ترسم النقط التى تمثل النصف الغربى للمسقط فى نفس المواقع المماثلة لنقط النصف الشرقى .

٢ ــ لتجنب استخدام احداثيات سالبة يمكن اتخاذ نقطة أصل غير النقطة الواقعة على دائرة العرض الرئيسى .

ونقطة الأصل الجديدة تقع على خط الطول الأوسط جنوب العرض الرئيسى بمسافة تكفى لجعل جميع الاحداثيات الصادية موجبة .

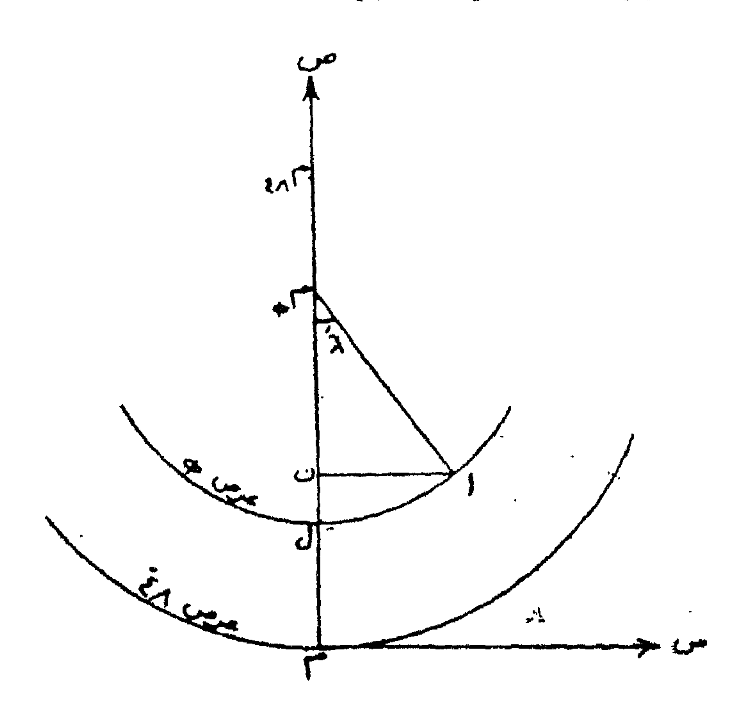
فمثلا باختيار نقطة الأصل الجديدة على بعد ١٥ سم جنوب النقطة المستخدمة فى المثال السابق تصبح جميع الاحداثيات الصادية موجبة مما يسهل عملية التوقيع .

فى هذه الحالة تصبح احداثيات بعض النقط كالآتى :

عرض / طول		٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦
٣° غـ	س	٣ر٤٢٤	٣ر٣٤٦	٣ر٢٦٧	٣ر١٨٩	٣ر١١٠
	ص	٣ر٩٠٦	٩ر٤٦٥	١٥ر٠٢٣	٢٠ر٥٨٢	٢٦ر١٣٤

مثـــال:

مسقط متعدد المخاريط بمقاس ١ : ٢½ مليون يحده جنوبا خط العرض ٤٨° شمال ويتوسطه خط الطول ٤٠° شرق



شكل ٩٨

تتخذ نقطة الأصل عند تقاطع دائرة العرض ٤٨° شمالا مع الطول الأوسط نفرض ا نقطة على دائرة العرض ه المرسومة من المركز مه بنصف قطر = نق ه.

ونفرض أن طول النقطة ا يبعد عن الطول الأوسط بزاوية طول مقدارها λ° يقابلها على المسقط الزاوية λ َ = < ا مه ن .

الاحداثى السينى (س) للنقطة ا يمثله المستقيم ا ن = نق ه حا λ َ

الاحداثى الصادى (ص) للنقطة ا يمثله المستقيم $م_ن$ = م ل + ل $م_\phi$ — $م_\phi$ ن

= (المسافة القوسية على سطح الأرض بين العرض ٤٨ والعرض ϕ) +

نصف قطر دائرة العرض ϕ — $م_\phi$ ن

$$= (\phi - ٤٨) \times \frac{ط}{١٨٠} \times \text{نق} + \text{نق}_\phi - \text{نق}_\phi \text{جتا } \lambda'$$

$$= (\phi - ٤٨) \times \frac{ط}{١٨٠} \times \text{نق} + \text{نق}_\phi (١ - \text{جتا } \lambda')$$

نق = ٢٥٤ر٨٠ سم

العرض ϕ	البعد عن العرض ٤٨° = $(\phi - ٤٨) \times \frac{ط}{١٨٠} \times$ نق	نق ϕ = نق ظتا ϕ	$\lambda' = \lambda$ جا ϕ			
			٢°	٤°	٦°	٨°
٤٨°	صفر	٢٢٩ر٤٢٣	١ر٤٨٦٣	٢ر٩٧٢٦	٤ر٤٥٨٩	٥ر٩٤٥٢
٥٠	٨ر٨٩٤٢	٢١٣ر٨٠٣	١ر٥٣٢١	٣ر٠٦٤٢	٤ر٥٩٦٣	٦ر١٢٨٤
٥٢	١٧ر٧٨٨٤	١٩٩ر٠٧٢	١ر٥٧٦٠	٣ر١٥٢٠	٤ر٧٢٨٠	٦ر٣٠٤١
٥٤	٢٦ر٦٨٢٦	١٨٥ر١٢٣	١ر٦١٨٠	٣ر٢٣٦١	٤ر٨٥٤١	٦ر٤٧٢١
٥٦	٣٥ر٥٧٦٨	١٧١ر٨٦٥	١ر٦٥٨١	٣ر٣١٦٢	٤ر٩٧٤٢	٦ر٦٣٢٣

احداثيات النقطة (عرض ٥٠° شمال ، طول ٤٢° شرق)

س = $\text{نق}_{٥٠}$ جا ١ر٥٣٢١° = ٥ر٧١٦ سم

ص = ٨ر٨٩٤٢ + $\text{نق}_{٥٠}$ (١ – جتا ١ر٥٣٢١°) = ٨ر٩٧١ سم

احداثيات النقطة (عرض ٥٤° شمال ، طول ٤٨° شرق)

س = نق٥٤ جا ٦ر٤٧٢١° = ٢٠ر٨٧٠ سم

ص = ٢٦ر٦٨٢٦ + نق٥٤ (١ − جتا ٦ر٤٧٢١°) = ٢٧ر٨٦٢ سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتى

عرض / طول		٤٨°	٥٠°	٥٢°	٥٤°	٥٦°
٤٢°	س	٥ر٩٠١	٥ر٧١٦	٥ر٤٧٥	٥ر٢٢٧	٤ر٩٧٣
	ص	٠ر٠٧٧	٨ر٩٧١	١٧ر٨٦٤	٢٦ر٧٥٦	٣٥ر٦٤٩
٤٤	س	١١ر٨٩٨	١١ر٤٢٩	١٠ر٩٤٦	١٠ر٤٥٠	٩ر٩٤٢
	ص	٠ر٣٠٩	٩ر٢٠٠	١٨ر٠٩٠	٢٦ر٩٧٨	٣٥ر٨٦٥
٤٦	س	١٧ر٨٣٦	١٧ر١٢٣	١٦ر٤٠٩	١٥ر٦٦٥	١٤ر٩٠٢
	ص	٠ر٦٩٤	٩ر٥٨٢	١٨ر٤٦٦	٢٧ر٣٤٧	٣٦ر٢٢٤
٤٨	س	٢٣ر٧٦٣	٢٢ر٨٢٥	٢١ر٨٥٤	٢٠ر٨٧٠	١٩ر٨٥٠
	ص	١ر٢٣٤	١٠ر١١٦	١٨ر٩٩٢	٢٧ر٨٦٢	٣٦ر٧٢٧
٥٠	س	٢٩ر٦٧٤	٢٨ر٥٠٠	٢٧ر٢٩٣	٢٦ر٠٥٣	٢٤ر٨٧١
	ص	١ر٩٢٧	١٠ر٨٠٢	١٩ر٦٦٨	٢٨ر٥٢٥	٣٧ر٣٧٣

مثـــال:

مسقط مخروطى بعرضين رئيسين ٥٥° ، ٦١° شمال بمقياس ١ : ٣ مليون فيه الطول الأوسط ١٦٠° شرق

نق = ٢١٢ر٣٣٣ سم

ثابت المخروط ث = (حا ٦١ − حا ٥٥) / (٦١ − ٥٥) × ١٨٠ / ط = ٠ر٨٤٧٦٦

نق٥٥ = نق حا ٥٥ / ث = ١٤٣ر٦٧٧٢ سم

المسافة القوسية التي تقابل ٣° عرضية على سطح الأرض

= ٣ × ط / ١٨٠ × نق = ١١ر١١٧٧ سم

نق٥٢ = ١٤٣ر٦٧٧٢ + ١١ر١١٧٧ = ١٥٤ر٧٩٤٩ سم

نق٥٨ = ١٤٣ر٦٧٧٢ − ١١ر١١٧٧ = ١٣٢ر٥٥٩٥ سم

نق٦١ = ١٣٢ر٥٥٩٥ − ١١ر١١٧٧ = ١٢١ر٤٤١٨ سم

نق٦٤ = ١٢١ر٤٤١٨ − ١١ر١١٧٧ = ١١٠ر٣٢٤١ سم

الطول ١٦٣° ق   λ = ٣   λ´ = ٣ × ث = ٢ر٥٤٢٩٨°

» ١٦٦ ق   λ = ٦   λ´ = ٥ر٠٨٥٩٦

» ١٦٩ ق   λ = ٩   λ´ = ٧ر٦٢٨٩٤

» ١٧٢ ق   λ = ١٢   λ´ = ١٠ر١٧١٩٢

نتخذ خط الطول الأوسط محورا للصادات وتكون نقطة الأصل عندالعرض الرئيسي ٥٥° . ونأخذ محور السينات عموديا على محورالصادات عند نقطة الأصل

وتكون س = نق$_{\phi}$ حا λ'

ص = نق$_{\circ\circ}$ — نق$_{\phi}$ حتا λ'

احداثيات النقطة (عرض ٥٢ شمال ، طول ١٦٣ ق)

س = نق$_{٥٢}$ جا ٢ر٥٤٢٩٨° = ٦ر٨٦٨ سم

ص = نق$_{٥٥}$ — نق$_{٥٢}$ جتا ٢ر٥٤٢٩٨° = — ١٠ر٩٦٥ سم

احداثيات النقطة (عرض ٦٤ شمال ، طول ١٦٩ ق)

س = نق$_{٦٤}$ جا ٧ر٦٢٨٩٤ = ١٤ر٦٤٦ سم

ص = نق$_{٥٥}$ — نق$_{٦٤}$ جتا ٧ر٦٢٨٩٤ = ٣٤ر٣٣٠ سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتي

طول \ عرض		٥٢	٥٥	٥٨	٦١	٦٤
١٦٠	س	٠ر٠٠٠	٠ر٠٠٠	٠ر٠٠٠	٠ر٠٠٠	٠ر٠٠٠
	ص	—١١ر١١٨	٠ر٠٠٠	١١ر١١٨	٢٢ر٢٢٥	٣٣ر٣٥٣
١٦٣	س	٦ر٩٦٨	٦ر٣٧٥	٥ر٨٨٢	٥ر٣٨٨	٤ر٨٩٥
	ص	—١٠ر٩٦٥	٠ر١٤١	١١ر٢٤٨	٢٢ر٣٥٥	٣٣ر٤٦٢
١٦٦	س	١٣ر٧٢٣	١٢ر٧٣٧	١١ر٧٥١	١٠ر٧٦٦	٩ر٧٨٠
	ص	—١٠ر٥٠٨	٠ر٥٦٦	١١ر٦٤٠	٢٢ر٧١٤	٣٣ر٧٨٧
١٦٩	س	٢٠ر٥٥٠	١٩ر٠٧٤	١٧ر٥٩٨	١٦ر١٢٢	١٤ر٦٤٦
	ص	—٩ر٧٤٨	١ر٢٧٢	١٢ر٢٩١	٢٣ر٣١٠	٣٤ر٣٣٠
١٧٢	س	٢٧ر٣٣٧	٢٥ر٣٧٤	٢٣ر٤١٠	٢١ر٤٤٧	١٩ر٤٨٣
	ص	—٨ر٦١٥	٢ر٢٥٨	١٣ر٢٠١	٢٤ر١٤٤	٣٥ر٠٨٧

مثـــال :

مسقط بون بمقيـــاس ١ : ٤ مليون فيه العرض الرئيسى ٥٨° شمال والطول الأوسط ٢٠° شرق .

نق = ١٥٩ر٢٥ سم

$نق_{٥٨}$ = نق ظتا ٥٨ = ٩٩ر٥١٠٤ سم

المسافة القوسية التى تقابل ٤° عرضية على سطح الأرض =

$٤ \times \frac{ط}{١٨٠} \times نق$ = ١١ر١١٧٧سم

العرض ϕ	$نق_\phi$	$\lambda' = \frac{ع\ جتا_\phi}{نق_\phi} \times \lambda$ ٤°	٨°	١٢°	١٦°
٥٠°	١٢١ر٧٤٦	٣ر٣٦٣٢	٦ر٧٢٦٤	١٠ر٠٨٩٦	١٣ر٤٥٢٨
٥٤	١١٠ر٦٢٨	٣ر٣٨٤٥	٦ر٧٦٩٠	١٠ر١٥٣٥	١٣ر٥٣٨٠
٥٨	٩٩ر٥١٠	٣ر٣٩٢٢	٦ر٧٨٤٤	١٠ر١٧٦٦	١٣ر٥٦٨٨
٦٢	٨٨ر٣٩٣	٣ر٣٨٣٢	٦ر٧٦٦٤	١٠ر١٤٩٧	١٣ر٥٣٢٩
٦٦	٧٧ر٢٧٥	٣ر٣٥٢٨	٦ر٧٠٥٧	١٠ر٠٥٨٥	١٣ر٤١١٤

وباتخاذ خط الطول الأوسط محورا للصـــادات وتكون نقطة الأصل عند العرض الرئيسي ٥٨° تكون الاحداثيات المطلوبة كالآتي

$$\text{س} = \text{ع}_{\phi}\ \text{جا}\ \lambda$$

$$\text{ص} = \text{ع}_{\phi_0} - \text{ع}_{\phi}\ \text{جتا}\ \lambda$$

احداثيات النقطة (عرض ٥٤° شمال ، طول ٢٨° شرق)

س = ١١٠٫٦٢٨ جا ٦٫٧٩٦٠° = ١٢٫٠٢٩ سم

ص = ٩٩٫٥١٠ − ١١٠٫٦٢٨ جتا ٦٫٧٦٩٠° = − ١٠٫٣٤٧ سم

احداثيات النقطة (عرض ٦٦ شمال ، طول ٣٦ شرق)

س = ٧٧٫٢٧٥ جا ٣٢٫٤١٦٤° = ١٧٫٩٢٣ سم

ص = ٩٩٫٥١٠ − ٧٧٫٢٧٥ جتا ١٣٫٤١١٤° = ٢٤٫٣٤٢ سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتي

عرض \ طول		٥٠	٥٤	٥٨	٦٢	٦٦
٢٠	س	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠
	ص	-٢٢٫٢٣٥	-١١٫١١٨	٠٫٠٠٠	١١٫١١٨	٢٢٫٢٣٥
٢٤	س	٧٫١٤٢	٦٫٥٣١	٥٫٨٨٨	٥٫٢١٦	٤٫٥١٩
	ص	-٢٢٫٠٢٦	-١٠٫٩٢٥	٠٫١٧٤	١١٫٢٧١	٢٢٫٣٦٧
٢٨	س	١٤٫٢٦٠	١٣٫٠٣٩	١١٫٧٥٥	١٠٫٤١٥	٩٫٠٢٣
	ص	-٢١٫٣٩٨	-١٠٫٣٤٧	٠٫٦٩٧	١١٫٧٣٣	٢٢٫٧٦٤
٣٢	س	٢١٫٣٢٨	١٩٫٥٠٣	١٧٫٥٨٢	١٥٫٥٧٧	١٣٫٤٩٦
	ص	-٢٠٫٣٥٣	-٩٫٢٨٥	١٫٥٦٦	١٢٫٥٠٠	٢٣٫٤٢٣
٣٦	س	٢٨٫٣٢٤	٢٥٫٨٩٧	٢٣٫٢٤٦	٢٠٫٦٨٤	١٧٫٩٢٣
	ص	-١٨٫٨٩٦	-٨٫٠٤٤	٢٫٧٧٢	١٣٫٥٧١	٢٤٫٣٤٢

مثال : مسقط لامبرت المخروطي متساوي المساحات الحالة الثانية بمقياس ١ : ٢½ مليون ، فيه العرض الرئيسي ٣٨° شمال والطول الأوسط ١٠٠° غرب

ق = ٢٥٤ر٨٠ سم

ثابت المخروط = جتا² (٩٠ − ٣٨)/٢ = ٠ر٨٠٧٨٣

الطول ٩٨° λ = ٢ ← λ' = ١ر٦١٥٦٦

« ٩٦° λ = ٤ ← λ' = ٣ر٢٣١٣٢

« ٩٤° λ = ٦ ← λ' = ٤ر٨٤٦٩٨

« ٩٢° λ = ٨ ← λ' = ٦ر٤٦٢٦٤

« ٩٠° λ = ١٠ ← λ' = ٨ر٠٧٨٣٠

نق٤٢ = ٢نق حا (٤٨/٢) قا (٥٢/٢) = ٢٣٠ر٩١٢٢

نق٤٠ = ٢نق حا (٥٠/٢) قا (٥٢/٢) = ٢٣٩ر٦١١٦٩

نق٣٨ = ٢نق حا (٥٢/٢) قا (٥٢/٢) = ٢٤٨ر٥٤٨١

نق٣٦ = ٢نق حا (٥٤/٢) قا (٥٢/٢) = ٢٥٧ر٤٠٤٤

نق$_{٣٤}$ = ٢ نق حا $\frac{٥٦}{٢}$ قا $\frac{٥٢}{٢}$ = ٢٦٦ر١٨١٩

وباتخاذ خط الطول الأوسط (١٠٠° غرب) محورا للصادات وتكون نقطة الاصل عند العرض الرئيسى ٣٨° شمال

س = نق$_{\phi}$ حا λ'

ص = نق$_{٣٨}$ — نق$_{\phi}$ جتا λ'

احداثيات النقطة (عرض ٤٠° شمال ، طول ٩٦° غرب)

س = نق$_{٤٠}$ حا ٣ر٢٢١٢٢° = ١٣ر٥٠٧سم

ص = نق$_{٣٨}$ — نق$_{٤٠}$ حتا ٣ر٢٣١٢٢° = ٩ر٣١٣سم

احداثيات النقطة (عرض ٣٤ شمال ، طول ٩٢ غرب)

س = نق$_{٣٤}$ جا ٦ر٤٦٢٦٤ = ٢٩ر٩٦٠سم

ص = نق$_{٣٨}$ — نق$_{٣٤}$ حتا ٦ر٤٦٢٦٤ = —١٥ر٩٤٢سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول المبين فى صفحة ٢٠٢

طول \ عرض		٤٢	٤٠	٣٨	٣٦	٣٤
٩٨	س	٦ر٥٠٢	٦ر٧٥٦	٧ر٠٠١	٧ر٢٥٧	٧ر٥٠٥
	ص	١٨ر٠٢٨	٩ر٠٢٧	٠ر٠٩٩	-٨ر٧٥٤	-١٧ر٥٢٨
٩٦	س	١٢ر٩٩٩	١٣ر٥٠٧	١٤ر٠١٠	١٤ر٥٠٩	١٥ر٠٠٤
	ص	١٨ر٣٠٣	٩ر٣١٣	٠ر٣٩٥	-٨ر٤٤٧	-١٧ر٢١٠
٩٤	س	١٩ر٤٨٦	٢٠ر٢٤٦	٢١ر٠٠١	٢١ر٧٤٩	٢٢ر٤٩١
	ص	١٨ر٧٦١	٩ر٧٨٨	٠ر٨٨٩	-٧ر٩٣٥	-١٦ر٦٨٢
٩٢	س	٢٥ر٩٥٧	٢٦ر٩٧٠	٢٧ر٩٧٥	٢٨ر٩٧٢	٢٩ر٩٦٠
	ص	١٩ر٤٠٢	١٠ر٤٥٤	١ر٥٧٩	-٧ر٢٢٠	-١٥ر٩٤٢
٩٠	س	٣٢ر٤٠٧	٣٣ر٦٧٣	٣٤ر٩٢٨	٣٦ر١٧٢	٣٧ر٤٠٦
	ص	٢٠ر٢٢٠	١١ر٣٠٩	٢ر٤٦٦	-٦ر٣٠٢	-١٤ر٩٩٢

مثال مسقط البرز المخروطي المساوي للمساحات بعرضين رئيسيين ٤٠°، ٥٠° شمال بمقياس ١ : ٥ مليون والطول الأوسط ١٥° شرق

نق = ١٢٧ر٤ سم

$$\text{ثابت المخروط} = \frac{\text{جا } 40^\circ + \text{جا } 50^\circ}{2} = ٠ر٧٠٤٤٢$$

الطول ٢٠° شرق λ = ٥ ← λ' = ٣ر٥٢٢٠٨°

« ٢٥ « λ = ١٠ ← λ' = ٧ر٠٤٤١٦°

« ٣٠ « λ = ١٥ ← λ' = ١٠ر٥٦٦٢٤°

« ٣٥ « λ = ٢٠ ← λ' = ١٤ر٠٨٨٣٢

« ٤٠ « λ = ٢٥ ← λ' = ١٧ر٦١٠٤٠

نق٤٠ = (نق جتا ٤٠°) / ٠٫٧٠٤٤٢ = ١٣٨٫٥٤٥ سم

نق$_\varphi$ = √(نق٢٤٠ — (٢ نق٢ / ٠٫٧٠٤٤٢) (حا φ — حا ٤٠))

ومنها نحصل على: نق٣٠ = ١٤٩٫٦١١٢٣ نق٤٠ = ١٢٧٫٣٩٩٠

نق٥٠ = ١١٦٫٢٥٢٨ نق٥٥ = ١٠٥٫٢٠١٦

وباتخـاذ خط الطول الأوسط محورا للصادات وتكون نقطة الأصل عند العرض ٤٠° شمال تكون الأحداثيات المطلوبة كالآتى :

س = نق$_\varphi$ حا λ'

ص = نق٤٠ — نق$_\varphi$ حتا λ'

أحداثيات النقطة (عرض ٥٠° شمال ، طول ٣٠° شرق)

س = نق٥٠ جا ١٠٫٥٦٦٢٤° = ٢١٫٣١٧٥ سم.

ص = نق٤٠ — نق٥٠ جتا ١٠٫٥٦٦٢٤° = ٢٤٫٢٦٣٤ سم

أحداثيات النقطة (عرض ٣٥° شمال ، طول ٤٠° شرق)

س = نق٣٥ × حا ١٧٫٦١٠٤٠° = ٤٥٫٢٦٤٤ سم

ص = نق٤٠ — نق٣٥ جتا ١٧٫٦١٠٤٠° = — ٤٫٠٥٦٨ سم

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتى :

طول \ عرض		٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	٥٥
٢٠	س	٩٫١٩١	٨٫٥١١	٧٫٨٢٧	٧٫١٤٢	٦٫٤٦٣
	ص	—١٠٫٧٨٦	٠٫٢٦٢	١١٫٢٨٧	٢٢٫٥١٢	٣٣٫٥٤٢
٢٥	س	١٨٫٣٤٨	١٦٫٩٩٠	١٥٫٦٢٢	١٤٫٢٥٧	١٢٫٩٠١
	ص	—٩٫٩٣٩	١٫٠٤٦	١٢٫١٠٨	٢٣٫١٧٠	٣٤٫١٣٧
٣٠	س	٢٧٫٤٣٥	٢٥٫٠٤٥	٢٣٫٣٦١	٢١٫٣١٨	١٩٫٢٩١
	ص	—٨٫٥٣١	٢٫٣٤٩	١٣٫٣٠٦	٢٤٫٢٦٣	٣٥٫١٢٧
٣٥	س	٣٦٫٤١٨	٣٣٫٧٢٤	٣١٫٠١١	٢٨٫٢٩٨	٢٥٫٦٠٧
	ص	—٦٫٥٦٨	٤٫١٦٧	١٤٫٩٧٨	٢٥٫٧٨٩	٣٦٫٥٠٨
٤٠	س	٤٥٫٢٦٤	٤١٫٩١٦	٣٨٫٥٤٤	٣٥٫١٧١	٣٨٫٢٧٤
	ص	—٤٫٠٥٧	٦٫٤٩٣	١٧٫١١٦	٧٢٫٧٤٠	٣٨٫٢٧٤

مثال : مسقط مخروطى تشابهى فيه العرض الرئيسى ٥٥° شمال بمقياس ١ : ٢ مليون والطول الأوسط ٦° غرب

نق = ٣١٨٫٥٠ سم

ثابت المخروط = حا ٥٥ = ٠٫٨١٩١٥

الطول ٤° غرب λ = ٢° λ' = ١٫٦٣٨٣٠°

« ٢ غرب λ = ٤ λ' = ٣٫٢٧٦٦١

« صفر λ = ٦ λ' = ٤٫٩١٤٩١

« ٢ شرق λ = ٨ λ' = ٦٫٥٥٣٢١

« « λ = ١٠ λ' = ٨٫١٩١٥٢

$\text{نق}_{٥٥} = \text{نق ظتا } ٥٥ = ٢٢٣ر٠١٦١ \text{ سم}$

$$\text{نق}_{\phi} = \text{نق}_{٥٥} \left[\frac{\text{ظا } \frac{٩٠ - \phi}{٢}}{\text{ظا } \frac{٩٠ - ٥٥}{٢}} \right]^{\text{حا } ٥٥}$$

ومن تلك العلاقة نحصل على قيم انصاف أقطار دوائر العرض

$\text{نق}_{٥٠} = ٢٥٠ر٨٤٤٨$ $\text{نق}_{٥٢} = ٢٣٩ر٧٠٠٢$

$\text{نق}_{٥٤} = ٢٢٨ر٥٧٥٣$ $\text{نق}_{٥٦} = ٢١٧ر٤٥٦٩$

$\text{نق}_{٥٨} = ٢٠٦ر٣٣١٧$ $\text{نق}_{٦٠} = ١٩٥ر١٨٥٢$

وباتخاذ خط الطول الأوسط ٦° غرب محورا للصادات وتكون نقطة الأصل عند العرض ٥٥° شمال تكون الاحداثيات المطلوبة كالآتى :

$\text{س} = \text{نق}_{\phi} \text{ جا } \lambda'$

$\text{ص} = \text{نق}_{٥٥} - \text{نق}_{\phi} \text{ جتا } \lambda'$

احداثيات النقطة (عرض ٥٢° شمال ، طول ٤° غرب)

$\text{س} = \text{نق}_{٥٢} \text{ جا } ١ر٦٣٨٣ = ٦ر٨٥٣٠$

$\text{ص} = ٢٢٣ر٠١٦١ - \text{نق}_{٥٢} \text{ جتا } ١ر٦٣٨٣ = -١٦ر٥٨٦١$

احداثيات النقطة (عرض ٦٠° شمال ، طول ٢° شرق)

$\text{س} = \text{نق}_{٦٠} \text{ حا } ٦ر٥٥٢٢١^\circ = ٢٢ر٢٧٥٧$

$\text{ص} = ٢٢٣ر٠١٦١ - \text{نق}_{٦٠} \text{ جتا } ٦ر٥٥٢٢١^\circ = ٢٩ر١٠٦٢$

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتي :

طول \ عرض		٥٠	٥٢	٥٤	٥٦	٥٨	٦٠
٦ غرب	س	٠٠٠ر٠	٠٠٠ر٠	٠٠٠ر٠	٠٠٠ر٠	٠٠٠ر٠	٠٠٠ر٠
	ص	—٢٧ر٨٢٩	—١٦ر٦٨٤	—٥ر٥٥٩	٥ر٥٥٩	١٦ر٦٨٤	٢٧ر٨٣١
٤ غرب	س	٧ر١٧٢	٦ر٨٥٣	٦ر٥٣٥	٦ر٢١٧	٥ر٨٩٩	٥ر٥٨٠
	ص	—٢٧ر٧٢٦	—١٦ر٨٥٦	—٥ر٤٦٦	٥ر٦٤٨	١٦ر٧٦٩	١٧ر٩١١
٢ غرب	س	١٤ر٣٣٧	١٣ر٧٠٠	١٣ر٠٦٥	١٢ر٤٢٩	١١ر٧٩٣	١١ر١٥٦
	ص	—٢٧ر٤١٩	—١٦ر٢٩٢	—٥ر١٨٦	٥ر٩١٥	١٧ر٠٢٢	٢٨ر١٥٠
صفر	س	٢١ر٤٩١	٢٠ر٥٣٧	١٩ر٥٨٣	١٨ر٦٣١	١٧ر٦٧٨	١٦ر٧٢٣
	ص	—٢٦ر٩٠٦	—١٥ر٨٠٣	—٤ر٧١٩	٦ر٣٥٩	١٧ر٤٤٣	٢٨ر٥٤٩
٢ شرق	س	٢٨ر٦٢٨	٢٧ر٣٥٦	٢٦ر٠٨٦	١٤ر٨١٧	٢٣ر٥٤٨	٢٢ر٢٧٦
	ص	—٢٦ر١٩٠	—١٥ر١١٨	—٤ر٠٦٦	٦ر٩٨٠	١٨ر٠٣٣	٢٩ر١٠٦
٤ شرق	س	٣٥ر٧٤١	٣٤ر١٥٣	٣٢ر٥٧٠	٣٠ر٩٨٤	٢٩ر٣٩٩	٢٧ر٨١٠
	ص	—٢٥ر٢٦٩	—١٤ر٢٣٩	—٣ر٢٢٧	٧ر٧٧٨	١٨ر٧٩٠	٢٩ر٨٢٢

مثال : مسقط مخروطي تشابهي بعرضين رئيسيين ٣٨° و ٤٥° شمال بمقياس ١ : ٢ مليون والطول الأوسط ١٢° شرق .

$$\text{نق} = ٣١٨ر٥ \text{ سم}$$

$$\text{ثابت المخروط حا } \alpha = \frac{\text{لو جا ٥٢} - \text{لو جا ٤٥}}{\text{لو ظا } \frac{٥٢}{٢} - \text{لو ظا } \frac{٤٥}{٢}} = ٠ر٦٦٣٠٢٣$$

$$\alpha = ٤١ر٥٣١٦^\circ$$

$$\text{نق}_\alpha = \text{نق ظتا } \alpha = ٣٥٩ر٠٩٨٩$$

$$\text{نق}_{٣٨} = \text{نق}_\alpha \frac{\text{حا } ٥٢^\circ}{\text{حا } ٤١ر٥٣١٦^\circ} = ٤٢٧ر٣٨١١$$

$$\text{نق}_\phi = \text{نق}_{٣٨} \left[\frac{\text{ظا } \frac{٩٠ - \phi}{٢}}{\text{ظا } \frac{٥٢}{٢}} \right]^{\text{حا } \alpha}$$ ومنها نحصل على

$$\text{نق}_{٤٠} = ٤١٤ر٨٢٩٤ \qquad \text{نق}_{٤٢} = ٤٠٢ر٣٠٩٣$$

$$\text{نق}_{٤٤} = ٣٨٩ر٧٧٥٦ \qquad \text{نق}_{٤٦} = ٣٧٧ر٢٢٢٥$$

$$\text{نق}_{٤٨} = ٣٦٤ر٦٢٣٩$$

الطول ١٥ شرق $\lambda = 2 \leftarrow$ $\lambda' =$ ١ر٢٢٦٠٦٦°

« ١٧ « $\lambda = 4 \leftarrow$ $\lambda' =$ ٢ر٦٥٢١٣٢

« ١٩ « $\lambda = 6 \leftarrow$ $\lambda' =$ ٣ر٩٧٨١٩٨

وباتخاذ خط الطول الأوسط ١٣° شرق محورا للصادات وتكون نقطة الأصل عند العرض ٣٨° شمال تكون الاحداثيات المطلوبة كالآتي :

س = نق$_{\varphi}$ جا λ'

ص = نق$_{38}$ — نق$_{\varphi}$ جتا λ'

احداثيات النقطة (عرض ٤٤° شمال ، طول ١٥° شرق)

س = نق$_{44}$ جا ١ر٣٢٦٠٦٦° = ٩ر٠٢٠٢

ص = نق$_{38}$ — نق$_{44}$ جتا ١ر٣٢٦٠٦٦° = ٣٧ر٧٠٩٩

احداثيات النقطة (عرض ٤٨° شمال ، طول ١٩° شرق)

س = نق$_{48}$ جا ٣ر٩٧٨١٩٨° = ٢٥ر٢٩٧٢

ص = نق$_{38}$ — نق$_{48}$ جتا ٣ر٩٧٨١٩٨° = ٦٣ر٦٢٥٧

وبتكرار هذا العمل نحصل على الجدول الآتي :

طول \ عرض		٣٨	٤٠	٤٢	٤٤	٤٦	٤٨
١٣	س	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠	٠٫٠٠٠
	ص	٠٫٠٠٠	١٢٫٥٤٢	٢٥٫٠٧٢	٣٧٫٦٠٦	٥٠٫١٥٩	٦٢٫٧٤٧
١٥	س	٩٫٨٩١	٩٫٦٠٠	٩٫٣١٠	٩٫٠٢٠	٨٫٧٣٠	٨٫٤٣٨
	ص	٠٫١١٤	١٢٫٦٥٣	٢٥٫١٨٠	٣٧٫٧١٠	٥٠٫٢٦٠	٦٢٫٨٤٥
١٧	س	١٩٫٧٧٦	١٩٫١٩٠	١٨٫٦١٦	١٨٫٠٣٦	١٧٫٤٥٥	١٦٫٨٧٢
	ص	٠٫٤٥٨	١٢٫٩٨٦	٢٥٫٥٠٣	٣٨٫٠٢٣	٥٠٫٥٦٣	٦٣٫١٣٨
١٩	س	٢٩٫٦٥٠	٢٨٫٧٨٠	٢٧٫٩١١	٢٧٫٠٤١	٢٦٫١٧١	٢٥٫٢٩٧
	ص	١٫٠٣٠	١٣٫٥٤١	٢٦٫٠٤١	٣٨٫٥٤٥	٥١٫٠٦٨	٦٣٫٦٢٦



الباب الثامن

مساقط الخرائط المساحيه

إن الخاصيه الرئيسيه التى يجب توافرها فى الخرائط المساحية هى خاصية التشابه . أى أن الزوايا على الخريطة المرسومة عند نقطة معينة تكون مساوية للزوايا المناظرة على سطح الأرض. والحكمة فى ذلك هو أن جميع عمليات المساحة تتضمن زوايا. وحتى يمكن توقيع الزوايا على الخرائط يلزم توفر خاصية التشابه.

وقد يتبادر إلى ذهن القارىء استفهام يختص بموضوع الزيادة الكرية فى زاويا المثلثات على سطح الأرض وذلك عند توقيع المثلثات على الخريطة المساحية . والإجابة على ذلك بسيطة وهى أن اضلاع المثلثات على سطح الأرض لا تسقط على هيئة خطوط مستقيمة على الخريطة .

والخريطة المساحية تكون عادة بمقاييس كبيرة بالمقارنة بالخرائط الجغرافية . ولا يوجد مقياس محدد يميز بين الخرائط المساحية والخرائط الجغرافية . وفى رأى الكاتب أن الخرائط المرسومة بمقياس أكبر من ١ : ربع مليون تعتبر خرائط مساحية كما وأن الخرائط المرسومة بمقياس أصغر من ١ : مليون تعتبر خرائط جغرافية .

وهذا التقسيم ليس قاطعا إذ أن خرائط الملاحة البحرية والجوية كثيرا ما ترسم بمقاييس أصغر من ١ : مليون وذلك عندما تغطى منطقة كبيرة من العالم وهذا النوع من الخرائط يخضع لقواعد الخرائط المساحية .

والمساقط التشابهية الأربعة هى :

١ — مسقط مركيتور من مجموعة المساقط الاسطوانية .

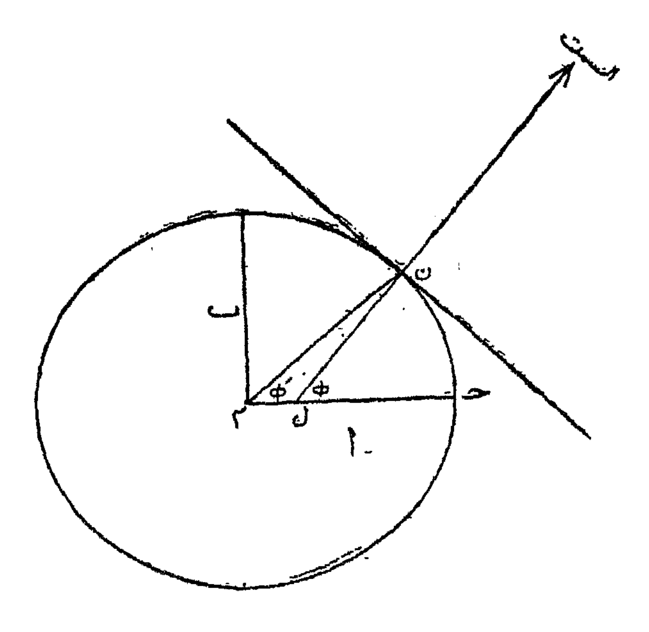
٢ — المسقط الآ ـ ز يوجرافى من مجموعة المساقط الاتجاهية .

٣ — المسقط المخروطى التشابهى بعرض رئيسى واحد أو بعرضين رئيسيين (لامبرت) من مجموعة المساقط المخروطية .

٤ — مسقط مركيتور المستعرض .

وقد سبق شرح المساقط الثلاثة الأولى كما تم حساب أمثلة لكل منها على الشكل الكروى الأرض . وفى هذا البـــاب سنقوم بالتعرف على مسقط مركيتور المستعرض مع تطبيقه على شكل الأرض الشبه كروى كما سنقوم بتطبيق المساقط الثلاثة الأولى مرة أخرى على الشكل الشبه كروى الأرض .

سطح الأرض الشبه كروى .



شكل ٩٩

قطاع خط الطول

فى هذا الباب نستخدم شكل هايفورد (١٩١٠) للسطح الشبه كروى للأرض ويسمى الشكل الدولى . وفيه يكون

طول نصف المحور الأكبر (أ) للقطع الناقص ٣٨٨ ٣٧٨ ٦ متر

« « « الأصغر (ب) « « ٩١٢ ٦٣٥٦ «

$$\text{التناقص} = \frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ}} = \frac{١}{٢٩٧}$$

$$\text{الاختلاف المركزى (ف)} = \sqrt{\frac{\text{أ}^{٢} - \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢}}} = ٠ر٠٨١٩٩١٧٨$$

$$\text{ف}^{٢} = ٠ر٠٠٦٧٢٢٦٥٣$$

المعادلة الهندسية التى تعطى شكل خط الطول هى $\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$

زاوية العرض الجغرافى ϕ

ن نقطة على سطح الأرض . والمماس للقطع الناقص الذى يمثل خط طول النقطة ن يقع فى المستوى الأفقى للنقطة ن .

والعمودى على هذا المماس ويكون أيضا عموديا على المستوى الأفقى يشير إلى اتجاه السمت عند نقطة ن (الاتجاه الرأسى) . واتجاه السمت يضع زاوية (ن ل ﺤ) مع مستوى الاستواء تسمى زاوية العرض الجغرافى .

واضح أن قيمة زاوية عرض مكان على سطح الأرض تساوى الزاوية عند هذا المكان بين اتجاه محور دوران الأرض بالمستوى الأفقى عند هذا المكان .

زاوية العرض المركزى ϕ'

نصف القطر الذى يمر بالنقطة ن يصنع زاوية (ن م ح) مع مستوى الاستواء تسمى زاوية العرض المركزى .

العلاقة بين العرض الجغرافى والعرض المركزى

من شكل ٩٩

$$\text{ظا}\,\phi' = \frac{\text{ص}}{\text{س}} \quad ، \quad \text{ظا}\,\phi = \text{ميل العمودى} = -\frac{\text{د س}}{\text{د ص}}$$

بتفاضل معادلة القطع الناقص لخط الطول وهى $\frac{\text{س}^2}{\text{ا}^2} + \frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2} = ١$

ينتج أن

$$\frac{٢\,\text{س}}{\text{ا}^2} + \frac{٢\,\text{ص}}{\text{ب}^2}\,\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \text{صفر}$$

ومنها $\frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{-\text{د س}}{\text{د ص}} \cdot \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2}$

$$\text{ظا}\,\phi' = \text{ظا}\,\phi \cdot \frac{\text{ب}^2}{\text{ا}^2} = ٠٫٩٩٣٢٧٧٣\ \text{ظا}\,\phi$$

ومن هذه العلاقة نحصل على الجدول فى الصفحة التالية :

زوايا العرض المركزى φ′ المقابلة للعرض الجغرافى φ

φ	φ′	φ	φ′	φ	φ′
°٥	°٤ل٩٦٦٥٥٥	°٣٥	٣٤ل٨١٨٦٢٣	°٦٥	٦٤ل٨٥١٦٤٨
١٠	٩ل٩٣٤١١٧	٤٠	٣٩ل٨٠٩٨٠٧	٧٠	٦٩ل٨٧٥٤٦٦
١٥	١٤ل٩٠٣٦٦٦	٤٥	٤٤ل٨٠٦٧٦٠	٧٥	٧٤ل٩٠٣٠٩٧
٢٠	١٩ل٨٧٦١٠٨	٥٠	٤٩ل٨٠٩٥٨٥	٨٠	٧٩ل٩٣٣٦٩٨
٢٥	٢٤ل٨٥٢٢٩٠	٥٥	٥٤ل٨١٨٢٠٥	٨٥	٨٤ل٩٦٦٣٣٢
٣٠	٢٩ل٨٣٢٩٣٢	٦٠	٥٩ل٨٣٢٣١٦	٩٠	٩٠ل

المسافة على خط الطول

نرمز إلى نصف قطر انحناء خط الطول بالرمز ρ ونرمز إلى طول قوس خط الطول بالرمز ل

تفاضل معادلة القطع الناقص لخط الطول تعطى

$$\frac{\text{ص}}{\text{س}} = -\frac{\text{ءس}}{\text{ءص}} \cdot \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ا}^{٢}} = \text{ظا}\,\phi \cdot \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ا}^{٢}}$$

$$\text{ص} = \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{ا}^{٢}} \cdot \text{ظا}\,\phi \cdot \text{س} = (١ - \text{ف}^{٢})\,\text{ظا}\,\phi \cdot \text{س}$$

وبذلك تكتب معادلة القطع الناقص على الصورة

$$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{ا}^{٢}} + \frac{(١ - \text{ف}^{٢})^{٢}\,\text{ظا}^{٢}\,\phi \cdot \text{س}^{٢}}{\text{ا}^{٢}\,(١ - \text{ف}^{٢})} = ١$$

$$\text{س}^{٢}\left[\,١ + \text{ظا}^{٢}\,\phi - \text{ف}^{٢}\,\text{ظا}^{٢}\,\phi\,\right] = \text{ا}^{٢}$$

$$\text{س}^{٢}\left(\text{قا}^{٢}\,\phi - \text{ف}^{٢}\,\text{ظا}^{٢}\,\phi\right) = \text{ا}^{٢}$$

$$\text{س}^{٢}\;\frac{١ - \text{ف}^{٢}\,\text{حا}^{٢}\,\phi}{\text{جتا}^{٢}\,\phi} = \text{ا}^{٢}$$

$$\text{س} = \frac{\text{ا}\;\text{جتا}\,\phi}{(١ - \text{ف}^{٢}\,\text{حا}^{٢}\,\phi)^{\frac{١}{٢}}}$$

$$\frac{ءس}{ءφ} = \frac{-أ(١ - ف^{٢})\ جا\ φ}{(١ - ف^{٢}\ حا^{٢}\ φ)^{\frac{٣}{٢}}}$$

نصف قطر الانحناء $ρ = \frac{ءل}{ءφ} = \frac{ءل}{ءس} \cdot \frac{ءس}{ءφ}$

$$ρ = \frac{-١}{حا\ φ} \times \frac{-أ(١ - ف^{٢})\ حا\ φ}{(١ - ف^{٢}\ حا^{٢}\ φ)^{\frac{٣}{٢}}} = \frac{أ(١ - ف^{٢})}{(١ - ف^{٢}\ حا^{٢}\ φ)^{\frac{٣}{٢}}}$$

والجدول فى الصفحة التالية يعطى قيمة $ρ$ عند بعض العروض

نصف قطر الانحناء (ρ) لخط الطول عند العرض φ

العرض φ	نصف قطر الانحناء متر	العرض φ	نصف قطر الانحناء متر	العرض φ	نصف قطر الانحناء متر
صفر	٦٣٣٥ ٥٠٨ر٠٩	٢٠	٦٣٤٢ ٩٨٨ر٨٨	٤٠	٦٣٦١ ٩٩٦ر٨٥
٢	٦٣٣٥ ٥٨٥ر٩٩	٢٢	٦٣٤٤ ٤٨٤ر٠٥	٤٢	٦٣٦٤ ٢٢٠ر٨٢
٤	٦٣٣٥ ٨١٩ر١١	٢٤	٦٣٤٦ ٠٩٢ر٠٩	٤٤	٦٣٦٦ ٤٦٢ر٤٢
٦	٦٣٣٦ ٢٠٦ر٣١	٢٦	٦٣٤٧ ٨٠٥ر١٨	٤٦	٦٣٦٨ ٧١٠ر٩٧
٨	٦٣٣٦ ٧٤٥ر٨٦	٢٨	٦٣٤٩ ٦١٥ر٣٤	٤٨	٦٣٧٠ ٩٥٣ر٨٠
١٠	٦٣٣٧ ٤٣٥ر٠٣	٣٠	٦٣٥١ ٥١٣ر٥٦	٥٠	٦٣٧٣ ١٨٤ر٤٨
١٢	٦٣٣٨ ٢٧٠ر٧٩	٣٢	٦٣٥٣ ٤٩١ر٠١	٥٢	٦٣٧٥ ٣٨٧ر٦٩
١٤	٦٣٣٩ ٢٤٩ر١٣	٣٤	٦٣٥٥ ٥٣٨ر١٥	٥٤	٦٣٧٧ ٥٥٤ر٠٧
١٦	٦٣٤٠ ٣٦٥ر١٤	٣٦	٦٣٥٧ ٦٤٤ر٩٤	٥٦	٦٣٧٩ ٦٧٣ر١٦
١٨	٦٣٤١ ٦١٣ر٨٠	٣٨	٦٣٥٩ ٨٠١ر٣٤	٥٨	٦٣٨١ ٧٣٤ر١٧

طول القوس على خط الطـــول

ويكون طول القوس ل على خط الطول ابتداء من الاستواء

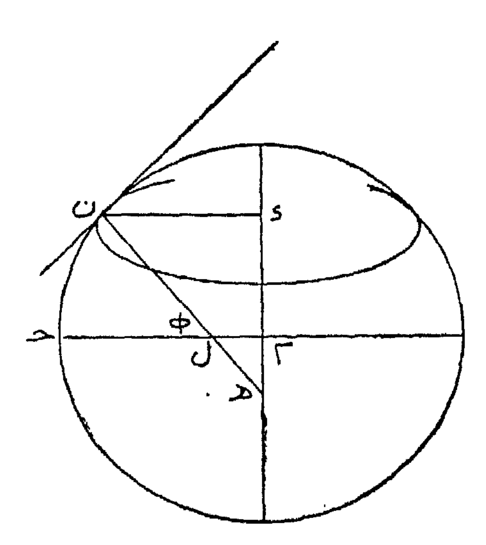
$$\int_{\text{صفر}}^{\text{ل}} \text{د}\,\text{ل} = \int_{\text{صفر}}^{\phi} \text{م}.\,\text{د}\,\phi = \int_{\text{صفر}}^{\phi} \frac{\text{ا}\,(١-\text{ف}^{٢})}{(١-\text{ف}^{٢}\,\text{حا}^{٢}\phi)^{\frac{٣}{٢}}}\,\text{د}\,\phi$$

وبحل هذا التكامل نحصل على الجدول الآتى :

المسافات على خط الطول من الاستواء إلى العرض φ

العرض φ	المسافة متر	العرض φ	المسافة متر	العرض φ	المسافة متر
٢	٢٢١ ١٥١ر٨٦	٢٢	٢٤٣٣ ٨٣١ر٨٧	٤٢	٤٦٥١ ٧١٩ر٢٩
٤	٤٤٢ ٣٠٩ر١٥	٢٤	٢٦٥٥ ٣٢٣ر٨٩	٤٤	٤٨٧٣ ٩١١ر٦٠
٦	٦٦٣ ٤٦٧ر٢٧	٢٦	٢٨٧٦ ٨٧٣ر٩٠	٤٦	٥٠٩٦ ١٨٢ر٣٠
٨	٨٨٤ ٦٦١ر٥٧	٢٨	٣٠٩٨ ٤٨٥ر٤٢	٤٨	٥٣١٨ ٥٣١ر٤٥
١٠	١١٠٥ ٨٦٧ر٣٣	٣٠	٣٣٢٠ ١٦١ر٧٠	٥٠	٥٥٤٠ ٩٥٨ر٧١
١٢	١٣٢٧ ٠٩٩ر٧١	٣٢	٣٥٤١ ٩٠٥ر٦٥	٥٢	٥٧٦٣ ٤٦٣ر٣٦
١٤	١٥٤٨ ٣٦٣ر٧٧	٣٤	٣٧٦٣ ٧١٩ر٨٦	٥٤	٥٩٨٦ ٠٤٤ر٣١
١٦	١٧٦٩ ٦٦٤ر٣٩	٣٦	٣٩٨٥ ٦٠٦ر٦١	٥٦	٦٢٠٨ ٧٠٠ر٠٩
١٨	١٩٩١ ٠٠٦ر٣١	٣٨	٤٢٠٧ ٥٦٧ر٧٩	٥٨	٦٤٣١ ٤٢٨ر٨٥
٢٠	٢٢١٢ ٣٩٤ر٠٣	٤٠	٤٤٢٩ ٦٠٤ر٩٦	٦٠	٦٦٥٤ ٢٢٨ر٤٠

المسافة على دائرة عرض



شكل ١٠٠

ن ء فى الشكل يمثل نصف قطر دائرة العرض φ . ($ع_{φ}$).

ن ء يمثل الاحداثى السينى للنقطة ن وسبق التعرف على قيمته بدلالة العرض الجغرافى φ

$$ع_{φ} = ن\,ء = س = \frac{ا \text{ جتا } φ}{(١ - ف^{٢} \text{ حا}^{٢} φ)^{\frac{١}{٢}}}$$

ومن هذه العلاقة يمكن حساب أطوال المسافات على دوائر العرض . ومنها نحصل على الجدول فى الصفحة التالية:

أنصاف أقطار دوائر العرض للأرض الشبه حسكروية (نوφ)

العرض φ	نصف القطر نوφ متر	العرض φ	نصف القطر نوφ متر	العرض φ	نصف القطر نوφ متر
صفر	٦٣٨٨ ٣٨٨ر٠٠	٢٠	٥٩٩٦ ٠٨٢ر١٨	٤٠	٤٨٩٢ ٩٢٨ر٨٠
٢	٥٣٧٤ ٥٢٨ر٥١	٢٢	٥٩١٦ ٧٢٩ر٨٥	٤٢	٤٧٤٧ ٢١٥ر٩٥
٤	٦٣٦٢ ٩٥٤ر٥٢	٢٤	٥٨٣٠ ١٩٠ر٣٣	٤٤	٤٥٩٥ ٦٨٨ر٦٧
٦	٦٣٤٣ ٦٧٩ر٤٣	٢٦	٥٧٣٦ ٥١٣ر٧٩	٤٦	٤٤٣٨ ٥٢٧ر٣٨
٨	٦٣١٦ ٧٢٥ر٢٢	٢٨	٥٦٣٥ ٩٥٩ر٢٨	٤٨	٤٢٧٥ ٩١٩ر٥٤
١٠	٦٢٨٢ ١٢٢ر٦٢	٣٠	٥٥٢٨ ٤٩٣ر٧٣	٥٠	٤١٠٨ ٠٥٩ر٩٩
١٢	٦٢٣٩ ٩١١ر٥٥	٣٢	٥٤١٤ ٢٩٢ر٧٤	٥٢	٣٩٣٥ ١٤٩ر٩٧
١٤	٦١٩٠ ١٤٠ر٥٣	٣٤	٥٢٩٣ ٤٩٠ر٠٨	٥٤	٣٧٥٧ ٣٩٧ر٨٧
١٦	٦١٣٣ ٨٦٦ر٤٤	٣٦	٥١٦٦ ٢٢٧ر٣٥	٥٦	٣٥٧٥ ٠١٨ر٠٧
١٨	٦٠٦٨ ١٥٥ر٤٢	٣٨	٥٠٣٢ ٦٥٤ر٣٥	٥٨	٣٣٨٨ ٢٣١ر٣٦

نصف قطر الانحناء العمودى ν

يسمى الطول ن هـ شكل ١٠٠ بنصف قطر الانحنـــاء العمودى ويرمز له بالرمز ν

$$ن\,هـ = ن\,و\;قا\,\phi$$

$$ن\,هـ = \frac{ا}{(١ - ف^{٢}\,حا^{٢}\,\phi)^{\frac{١}{٢}}}$$

والجدول الآتى يعطى قيمة ν عند بعض العروض

نصف قطر الانحناء العمودي ν عند العرض φ

العرض φ	نصف قطر الانحناء العمودي متر	العرض φ	نصف قطر الانحناء العمودي متر	العرض φ	نصف قطر الانحناء العمودي متر
صفر	٦٣٧٨ ٣٨٨ر٠٠	٢٠	٦٣٨٠ ٨٩٧ر٣٨	٤٠	٦٣٨٧ ٢٦٤ر٩٢
٢	٦٣٧٨ ٤١٤ر٠٨	٢٢	٦٣٨١ ٣٩٨ر٧٠	٤٢	٦٣٨٨ ٠٠٩ر١٥
٤	٦٣٧٨ ٤٩٢ر٣١	٢٤	٦٣٨١ ٩٣٧ر٨٤	٤٤	٦٣٨٨ ٧٥٩ر٠٦
٦	٦٣٧٨ ٦٢٢ر١٩	٢٦	٦٣٨٢ ٥١٢ر٠٠	٤٦	٦٣٨٩ ٥١١ر١١
٨	٦٣٧٨ ٧٠٣ر٢٩	٢٨	٦٣٨٣ ١١٨ر٦٨	٤٨	٦٣٩٠ ٢٦١ر٤٩
١٠	٦٣٧٩ ٠٢٤ر٤٨	٣٠	٦٣٨٣ ٧٥٤ر٦٩	٥٠	٦٣٩١ ٠٠٦ر٨٠
١٢	٦٣٧٩ ٣١٤ر٨٩	٣٢	٦٣٨٤ ٤١٧ر٠٧	٥٢	٦٣٩١ ٧٤٣ر٠٧
١٤	٦٣٧٩ ٦٤٣ر١٩	٣٤	٦٣٨٥ ١٠٢ر٧٤	٥٤	٦٣٩٢ ٤٦٧ر٠٧
١٦	٦٣٨٠ ٠١٧ر٥٠	٣٦	٦٣٨٥ ٨٠٨ر١٩	٥٦	٦٣٩٣ ١٧٤ر٩٦
١٨	٦٣٨٠ ٤٣٦ر١٩	٣٨	٦٣٨٦ ٥٣٠ر٠٤	٥٨	٦٣٩٣ ٨٦٣ر٣٤

مسقط مركيتور
الأرض الشبه كروية

كما سبق فى حالة الأرض الكروية وبالرجوع إلى شكل ٣٧ وإلى علاقات التشابه

$$\frac{\text{ل}'\text{ب}'}{\text{ل ب}} = \frac{\text{ل}'\text{ا}'}{\text{ل ا}}$$

$$\text{ل}'\text{ا}' = \text{هـ}'\text{ء}' = \text{هـ ء} = \text{ا} \cdot \Delta\lambda$$

كذلك $\text{ل ا} = \text{س} \cdot \Delta\lambda = \dfrac{\text{ا جتا}\,\phi}{(1 - \text{ف}^2 \text{حا}^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \cdot \Delta\lambda$

، $\text{ل ب} = \rho \cdot \Delta\phi$

وبالتعويض ينتج أن

$$\frac{\text{ل}'\text{ب}'}{\rho \cdot \Delta\phi} = \frac{\text{ا} \cdot \Delta\lambda}{\dfrac{\text{ا جتا}\,\phi \cdot \Delta\lambda}{(1 - \text{ف}^2 \text{حا}^2 \phi)^{\frac{1}{2}}}}$$

$$\text{ل}'\text{ب}' = \Delta\text{ص} = \rho\,(1 - \text{ف}^2 \text{حا}^2 \phi)^{\frac{1}{2}} \cdot \text{قا}\,\phi \cdot \Delta\phi$$

$$= \frac{\text{ا}(1 - \text{ف}^2)\,\text{قا}\,\phi}{(1 - \text{ف}^2 \text{حا}^2 \phi)}\,\Delta\phi$$

وباتخاذ الاستواء على الخريطة محورا للسينات وباتخاذ أى خط من خطوط الطول محورا للصادات وباجراء التكامل

$$\int_{0}^{ص} ء ص = \int_{0}^{\Phi} \frac{ا(١-ف^{٢})قا\Phi}{(١-ف^{٢}حا^{٢}\Phi)} \cdot ء\Phi$$

ويكتب التكامل على الصورة

$$ا \int_{0}^{\Phi} \left(\frac{١}{١-جا^{٢}\Phi} - \frac{ف^{٢}}{١-ف^{٢}حا^{٢}\Phi} \right) جتا\Phi \cdot ء\Phi$$

وبوضع جا ψ = ف حا Φ فى الكسر الثانى للتكامل

$$ص = ا \int_{0}^{\Phi} \frac{حتا\Phi}{١-حا^{٢}\Phi} ء\Phi - ا \int_{0}^{\psi} \frac{ف حتا\psi}{١-حا^{٢}\psi} ء\psi$$

$$= ا لو_{هـ} ظا\left(\frac{ط}{٤} + \frac{\Phi}{٢}\right) - ا ف لو_{هـ} ظا\left(\frac{ط}{٤} + \frac{\psi}{٢}\right)$$

ويكتب أيضا على الصورة

$$ص = ا لو_{هـ} (ظا\Phi + قا\Phi) - ا ف لو_{هـ} (ظا\psi + قا\psi)$$

ولتصغير حجم الخريطة حتى تقترب أبعادها من الأبعـــاد الحقيقية على الأرض تصبح

$$\text{ص} = \text{ع}_{\phi_0} \left[\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ظا} \left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi}{٢} \right) - \text{ف لو}_{\text{هـ}} \text{ظا} \left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi}{٢} \right) \right]$$

$$\text{أو ص} = \text{ع}_{\phi_0} \left[\text{لو}_{\text{هـ}} \left(\text{ظا}\,\phi + \text{قا}\,\phi \right) - \text{ف لو}_{\text{هـ}} \left(\text{ظا}\,\psi + \text{قا}\,\psi \right) \right]$$

حيث ϕ_0 هو العرض الأوسط فى الخريطة

وبالطبع $\text{س} = \text{ع}_{\phi_0} \,.\, \Delta\,\lambda$

مثـال :

خريطة بمسقط مركيتور يحدها شمالا العرض ٥٨° شمال وجنوبا العرض ٣٦° شمال . ويحدها شرقا الطول ١٠° غرب ويحدها غربا الطول ٤٨° غرب والمقياس ١ : ٢ مليون

الاتساع الطول $\Delta\,\lambda$ = ٤٨ − ١٠ = ٣٨° طولية

العرض الأوسط = ٤٧°

نصف قطر العرض ٤٧° (نق$_{٤٧}$) = $\frac{\text{ا جتا ٤٧}}{(\text{١ - ف}^{٢}\text{ حا}^{٢}\text{ ٤٧})^{\frac{١}{٢}}}$

= ٢٦ر٧٨٩٢ ٤٣٥ متر

نق$_{٤٧}$ = ٨٩٤٦ ر ٢١٧ سم بالمقياس المطلوب

إمتداد الخريطة مع درجات الطول = نق$_{٤٧}$ × Δ λ × $\frac{\text{ط}}{١٨٠}$

= ٥١٣ ر ١٤٤ سم

$\psi_{٣٦}$ = حا$^{-١}$ (ف حا ٣٦°) = ٣٥٧ ٧٦٢ ر ٢°

$\psi_{٥٨}$ = حا$^{-١}$ (ف حا ٥٨) = ١٦٣ ٩٨٧ر٣°

العنصر المركيتورى من الاستواء إلى العرض ٣٦°

= $\left[\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ ظا } (٤٥ + \frac{٣٦}{٢}) - \text{ف لو}_{\text{هـ}} \text{ ظا } (٤٥ + \frac{٢ر٧٦٢٣٥٧}{٢}) \right]$

= ٩ ٢ ٦٧٠٣ر٠

العنصر المركيتورى من الاستواء إلى العرض ٥٨°

= $\left[\text{لو}_{\text{هـ}} \text{ ظا } (٤٥ + \frac{٥٨}{٢}) - \text{ف لو}_{\text{هـ}} \text{ ظا } (٤٥ + \frac{٣ر٩٨٧١٦٣}{٢}) \right]$

= ٥٠٢ ٢٤٣٤ر١

إمتداد الخريطة مع درجات العرض

= نق ٤ × فرق العنصرين المركيتوريين

= نق ٤٠ (١٫٢٤٣٢٤٠٥٠٢ — ٠٫٠٦٧٣٢٠٩) = ١٢٤٫٨٨١٨ سم

<u>العنصر المركيتورى</u>

يتضح من المثال السابق أن العنصر المركيتورى من الاستواء إلى العرض Φ ثابت القيمة ويساوى

لو ظا (٤٥ + $\frac{\Phi}{2}$) — ف لو ظا (٤٥ + $\frac{\Psi}{2}$)
ﻫ . ﻫ

وعلى ذلك يمكن وضع تلك القيم فى صورة جدول يستخدم بصفة دائمة لحساب المسقط .

جدول العناصر المركيتورية من الاستواء إلى العرض Φ

$$ص = \text{لو}_{ه}\ \text{ظا}\left(٤٥ + \frac{\Phi}{٢}\right) - ف\ \text{لو}_{ه}\ \text{ظا}\left(٤٥ + \frac{\psi}{٢}\right)$$

العرض Φ	المنصر المركيتورى	العرض Φ	المنصر المركيتورى	العرض Φ	المنصر المركيتورى
٢	٠ر٠٣٤٦ ٧٩٠٧	٢٢	٠ر٣٩١٢ ٥١٨٣	٤٢	٠ر٨٠٤٦ ٦٤٣٦
٤	٠ر٠٧٩٤ ٠١٠٠	٢٤	٠ر٤٢٨٩ ٥٩٣٧	٤٤	٠ر٨٥٢٢ ٢٧٥٥
٦	٠ر١٠٤٢ ٠٨٩٤	٢٦	٠ر٤٦٧٢ ٦٤٤٠	٤٦	٠ر٩٠١٤ ٣٣٩٧
٨	٠ر١٣٩١ ٤٦٦٠	٢٨	٠ر٥٠٦٢ ٣٤٦٣	٤٨	٠ر٩٥٢٤ ٦٤٧٦
١٠	٠ر١٧٤٢ ٥٨٣٩	٣٠	٠ر٥٤٥٩ ٤٢٩٣	٥٠	١ر٠٠٥٥ ٢٦٥٣
١٢	٠ر٢٠٩٥ ٨٩٨٤	٣٢	٠ر٥٨٦٤ ٦٨١٨	٥٢	١ر٠٦٠٨ ٥٦٧٩
١٤	٠ر٢٤٥١ ٨٧٩٢	٣٤	٠ر٦٢٧٨ ٩٦٢١	٥٤	١ر١١٨٧ ٣٠٤٨
١٦	٠ر٢٨١١ ٠١٢١	٣٦	٠ر٦٧٠٢ ٢٠٩٢	٥٦	١ر١٧٩٤ ٦٨٧٥
١٨	٠ر٣١٧٣ ٨٠٤١	٣٨	٠ر٧١٥٢ ٢٧١٣	٥٨	١ر٢٤٣٤ ٥٠٢٤
٢٠	٠ر٣٥٤٠ ٧٨٦٢	٤٠	٠ر٧٥٨٥ ٨٤٣٩	٦٠	١ر٣١١١ ٢٦٠٨

المسقط الاستريوجرافى

للأرض الشبه كرويه

يستخدم هذا المسقط للخرائط المساحية لدولة صغيرة المساحة ، أى صغيرة الامتداد مع درجات الطول ومع درجات العرض .

ويتم اتخاذ مركز الخريطة عند نقطة تقع عند مركز الدولة .

وفى هذه الحالة يمكن اعتبار أن سطح الأرض على شكل كرة وان تظهر أية أخطاء طالما لاتبتعد كثيرا عن مركز الخريطة .

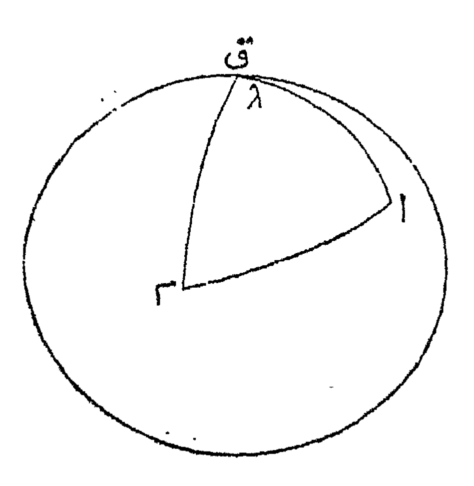
ويكون نصف قطر الكرة (نق) فى هذه الحالة مساويا للجذر التربيعى لحاصل ضرب نصف قطر انحناء خط الطول (ρ) فى نصف قطر الانحناء العمود (ν) ، وذلك عند مركز الخريطة

$$نق = \sqrt{\rho \cdot \nu}$$

ويتم الحصول على قيم كل من ρ ، ν من الجداول السابقة إما مباشرة أو بطريق الاستكمال (التحشية) أو بحسابها فى حالة العروض الغير مبينة فى الجداول .

$$\rho = \frac{ا (١ - ف^{٢})}{(١ - ف^{٢} حا^{٢} \phi)^{\frac{٣}{٢}}} \qquad \nu = \frac{ا}{(١ - ف^{٢} حا^{٢} \phi)^{\frac{١}{٢}}}$$

$$نق = \sqrt{م \cdot ن} = \frac{ا\ (١ - ف^{٢})^{\frac{١}{٢}}}{(١ - ف^{٢}\ حا^{٢}\ ء)}$$



شكل ١٠١

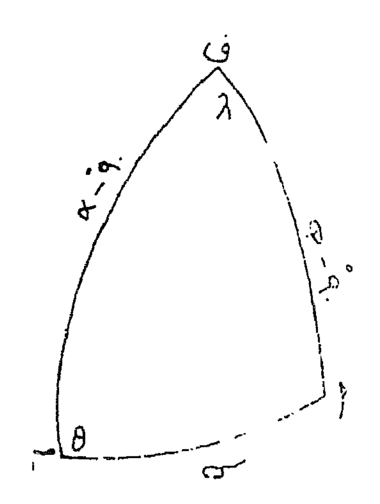
إذا كانت م مركز الخريطة الواقعة عند العرض α .

وكانت ا احدى نقط الهيكل الجغرافى الواقعة عند العرض φ .

وكانت الزاوية عند القطب ق بين خطى طول م ، ا هى λ .

يمكن حساب قيمة الضلع م ا بالدرجات (σ) وذلك من المثلث الكروى ق م ا . وكذلك يمكن حساب قيمة زاوية الاتجاه θ (زاوية ق م ا) .

فى حالة المثلثات الصغيرة يمكن الحصول على قيمة زاوية الاتجـــاه θ أولا من العلاقة



شكل ١٠٢

$$\text{ظا}\ \theta = \frac{\text{جا}\ \lambda}{\text{جتا}\ \alpha\ \text{ظا}\ \phi - \text{حا}\ \alpha\ \text{جتا}\ \lambda}$$

ثم نحصل على قيمة σ من العلاقة

$$\text{حا}\ \sigma = \frac{\text{جا}\ \lambda\ \text{جتا}\ \phi}{\text{حا}\ \theta}$$

معـــادلات المسقط

يمكن تشبيه المسقط فى هذه الحالة بالحـــالة القطبية (انظر صفحة ٨٧) . حيث تظهر نقطة ا َ على المسقط على مسافة م ا َ

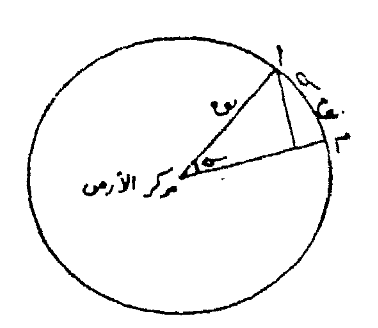
$$\text{م ا َ} = \text{٢ نق ظا}\ \frac{\text{٩٠} - \phi}{\text{٢}} = \text{٢ نق ظا}\ \frac{\text{م ا}}{\text{٢}} = \text{٢ نق ظا}\ \frac{\sigma}{\text{٢}}$$

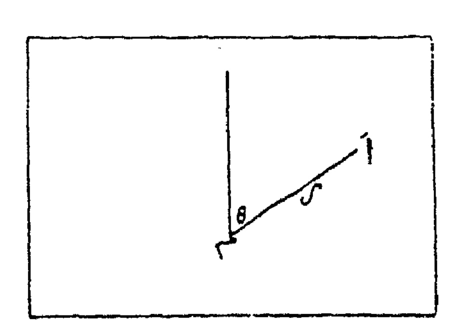
وتظهر زاوية الاتجاه θ بدون تغيير .

أما المعالجة الرياضية لمعادلات المسقط فتتم كالآتى :

طول القوس م ا على الأرض = نق . σ حيث σ الزاوية عند مركز الأرض .

طول المستقيم م ا َ على المسقط = س





شكل ١٠٣

زاوية الاتجاه θ تظل كما هى بدون تغيير

$$\text{للتشابه} \quad \frac{\Delta\, ر}{ر\,.\,\Delta\, \theta} = \frac{نق\ \Delta\, \sigma}{نق\ حا\, \sigma\, .\, \Delta\, \theta}$$

$$\int \frac{ءر}{ر} = \int \frac{ءس}{حا\, \sigma}$$

$$لو\, ر = لو\, ظا\, \frac{\sigma}{2} + ثابت\ (ث)$$

$$ر = ث\, ظا\, \frac{\sigma}{2}$$

وعندما تكون σ صغيرة تكون $ر = نق\ \sigma$

$$\text{وتكون ظا}\ \frac{\sigma}{2} = \frac{\sigma}{2}$$

نق σ = ث . $\frac{\sigma}{٢}$ ومنها ث = ٢ نق

وتصبح ر = ٢ نق ظا $\frac{\sigma}{٢}$

التوقيــــع :

لسهولة توقيع النقط تستخدم الاحداثيات المتعامدة وتتخذ نقطـة الأصـل عند مركز الخريطة ويـكون خط طول نقطة الأصل محـورا للصادات والعمودى عليه محورا للسينات وتـكون

س = ر جا θ = ٢ نق ظا $\frac{\sigma}{٢}$ جا θ

ص = ر جتا θ = ٢ نق ظا $\frac{\sigma}{٢}$ جتا θ

مثـــــال :

مركز الخريطة عند العرض ٤٨° شمال والطول ١٦° شرق .

مقياس الرسم ١ : ٢٥٠٠٠٠٠

نق = $\sqrt{\rho\,\nu}$ = ٦٣٨٠٦٠٠٫٣٤ متر

= ٢٥٥٢٫٢٤٠ سم بالمقياس المطلوب

لحساب المسافات والاتجاهات (σ و θ) من مركز الخريطة إلى النقطة (عرض ٤٩° شمال ، طول ١٧° شرق) ∧ = ١

$$\theta = \text{ظا}^{-1} \frac{\text{حا } ١^{\circ}}{\text{حا } ٤٨^{\circ} \text{ ظا } ٤٩^{\circ} - \text{حا } ٤٨ \text{ جتا } ١^{\circ}} = ٢٣ر١٥٥٨^{\circ}$$

$$\sigma = \text{جا}^{-1} \frac{\text{حا } ١^{\circ} \text{ جتا } ٤٩^{\circ}}{\text{حا } ٢٣ر١٥٥٨^{\circ}} = ١ر١٩٩٥٠٩^{\circ}$$

وبتكرار هذا العمل مع باقى النقط المطلوبة لتشكيل الهيكل الجغرافى نحصل على الجدول الآتى :

الاتجـــاهات والمسافات

عرض / طول	٤٧° اتجاه	٤٧° مسافة	٤٨° اتجاه	٤٨° مسافة	٤٩° اتجاه	٤٩° مسافة
١٦°	١٨٠٫٠٠٠٠°	١٫٠٠٠٠°	—	٠٫٠٠٠٠°	٠٫٠٠٠٠°	١٫٠٠٠٠°
١٧°	١٤٥٫٧٠٦١	١٫٢١٠٤	٨٩٫٦٢٨٤	٠٫٦٦٩١	٣٣٫١٥٥٨	١٫١٩٩٦
١٨°	١٢٥٫٧٦٤٤	١٫٦٨٠٩	٨٩٫٢٥٦٨	١٫٣٣٨٢	٥٢٫٢١٦٦	١٫٦٦٠١

ولحساب الاحداثيات المتعامدة

تتخذ نقطة الاصل عند مركز الخريطة (عرض ٤٨° شمال ، طول ١٦° شرق) وتتخذ محور الصادات على خط الطول ١٦° شرق والعمودى عليه محورا للسينات

وتكون معادلات التحويل من الاحداثيات القطبية (إتجاه θ ومسافة σ) إلى الاحداثيات المتعامدة (س ، ص) كالآتى :

$$\text{س} = ٢ \ \text{نق ظا} \ \frac{\sigma}{٢} \ \text{جا} \ \theta$$

$$\text{ص} = ٢ \ \text{نق ظا} \ \frac{\sigma}{٢} \ \text{جتا} \ \theta$$

النقطة (عرض ٤٩° شمال ، طول ١٧° شرق)

$$\text{س} = ٢ \times ٢٥٥٢ر٢٤ \times \text{ظا} \frac{١ر١١٩٦^\circ}{٢} \times \text{جا} \ ٢٣ر١٥٥٨ = ٢٩ر٢٢٦٢ \ \text{سم}$$

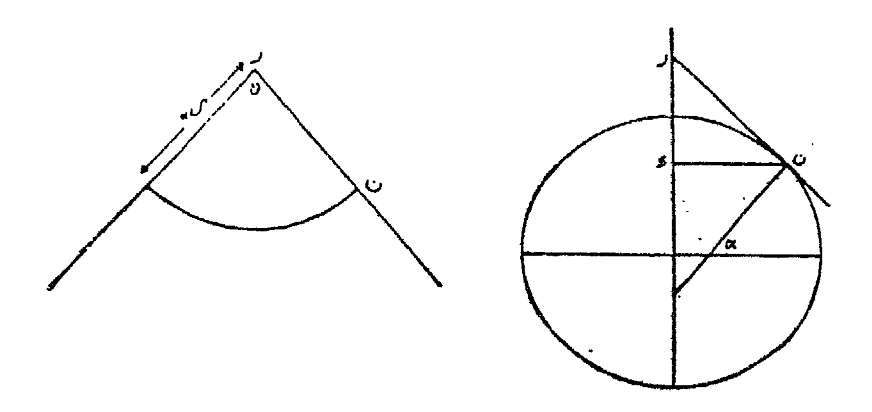
$$\text{ص} = ٢ \times ٢٥٥٢ر٢٤ \times \text{ظا} \frac{١ر١٩٩٦}{٢} \times \text{جتا} \ ٢٣ر١٥٥٨ = ٤٤ر٧٣٧٧ \ \text{سم}$$

وبتكرار هذا العمل نحصل على قائمة الاحداثيات الآتية :

قائمة الاحداثيات المتعامدة

عرض / طول	٤٧°		٤٨°		٤٩°	
	س	ص	س	ص	س	ص
١٦	٠٠ر٠٠٠٠	— ٤٤ر٥٤٦١	٠٠ر٠٠٠٠	٠ر٠٠٠٠	٠٠ر٠٠٠٠	٤٤ر٥٤٦١
١٧	٣٠ر٣٨٠٢	— ٤٤ر٥٤٥٨	٢٩ر٨٠٤٨	٠ر١٩٢٣	٢٩ر٢٢٦٨	٤٤ر٧٣٧٧
١٨	٦٠ر٧٦٠٥	— ٤٣ر٧٦٤٥	٥٩ر٦٠٧٨	٠ر٧٧٢٢	٥٨ر٤٤٨٩	٤٥ر٣١٠٢

المسقط المخروطى التشابهى
أو
مسقط لامبرت المخروطى التشابهى
للأرض الشبه كروية



شكل ١٠٤

يرسم مخروط التماس حول دائرة العرض الرئيسى α .

وتكون زاوية رأس المخروط $\theta = \lambda$. حا α

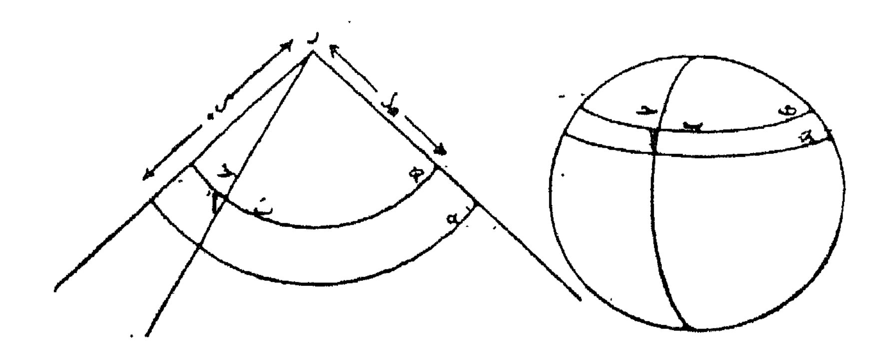
كما يكون نصف قطر قوس دائرة العرض الرئيسى على المسقط

$$\rho_{\alpha} = \text{ر ن} = \frac{\text{ن ى}}{\text{حا}\ \alpha} = \frac{\text{ع}\ \alpha}{\text{حا}\ \alpha} = \frac{\text{أ ظتا}\ \alpha}{(1 - \text{ف}^{2}\ \text{حا}^{2}\ \alpha)^{\frac{1}{2}}}$$

ويمكن الحصول على هذه القيمة باستخدام الجدول فى صفحة ٢٢٢ والذى يعطى أنصاف أقطار دوائر العرض .

وبعد ذلك ترسم أقواس دوائر العرض الأخرى من مراكزها عند رأس المخروط (ر) وبحيث تحقق خاصية التشابه أى بحيث تعطى تناسبا فى الأبعاد .

وللحصول على قيمة نصف قطر دوائر العرض φ على المسقط (م) .



شكل ١٠٥

ا ، ب نقطتان على دائرة العرض φ على سطح الأرض وتبعدان عن بعضهما بزاوية طول صغيرة مقدارها $\Delta \lambda$.

ونقطة ح على خط طول ا وتبعد عن ا بزاوية عرض صغيرة مقدارها $\Delta \phi$.

ونفرض أن اَ ، بَ ، حَ هى مساقط ا ، ب ، ح

ونفرض أن قيمة نصف قطر دائرة العرض φ على المسقط م

أ ب = ع $_{\phi} \cdot \Delta \lambda$

أ ح = $\rho \cdot \Delta \phi$

$$\text{أ}'\text{ح}' = -\Delta\text{ر}$$

$$\text{أ}'\text{ب}' = \text{ر}\cdot\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \Delta\lambda\cdot\text{حا}\,\alpha$$

خاصية التشابه تعطى $\dfrac{\text{أ}'\text{ح}'}{\text{أح}} = \dfrac{\text{أ}'\text{ب}'}{\text{أب}}$

$$\frac{-\Delta\text{ر}}{\rho\cdot\Delta\varphi} = \frac{\text{ر}\cdot\Delta\theta}{\text{ن}_{\varphi}\cdot\Delta\lambda}$$

وبالتعويض عن $\Delta\theta = \Delta\lambda\cdot\text{حا}\,\alpha$

$$\frac{\Delta\text{ر}}{\text{ر}} = -\frac{\rho\cdot\Delta\varphi\;\text{حا}_{\varphi}\,\alpha}{\text{ن}_{\varphi}}$$

$$= \frac{\text{ا}(\text{ا}-\text{ف}^{2})\,\text{حا}\,\alpha}{(\text{ا}-\text{ف}^{2}\text{حا}^{2}\varphi)^{\frac{3}{2}}} \times \frac{(\text{ا}-\text{ف}^{2}\text{حا}^{2}\varphi)^{\frac{1}{2}}}{\text{ا جتا}\,\varphi}\,\Delta\varphi$$

$$= -\frac{\text{حا}\,\alpha\,(\text{ا}-\text{ف}^{2})}{\text{جتا}\,\varphi\,(\text{ا}-\text{ف}^{2}\text{حا}^{2}\varphi)}\,\Delta\varphi$$

$$\frac{\Delta\text{ر}}{\text{ر}} = -\text{حا}\,\alpha\left[\frac{\text{ا}}{\text{ا}-\text{حا}^{2}\varphi} - \frac{\text{ف}^{2}}{\text{ا}-\text{ف}^{2}\text{حا}^{2}\alpha}\right]\times$$

$$\text{حا}\,\varphi\cdot\Delta\varphi$$

وباجراء التكامل

$$\int_{ر_\alpha}^{ر_\phi} \frac{\text{د}ر}{ر} = -\text{حا}\,\alpha \int_{\alpha}^{\phi} \left(\frac{1}{1-\text{حا}^2\phi} \times \frac{\text{ف}^2}{1-\text{ف}^2\text{حا}^2\phi} \right) \times \text{جتا}\,\phi \,.\, \text{د}\phi$$

وبوضع حا ψ = ف حا ϕ في الكسر الثاني للتكامل

وكذلك حا ψ' = ف حا α ينتج أن

$$\int_{ر_\alpha}^{ر_\phi} \frac{\text{د}ر}{ر} = -\text{حا}\,\alpha \int_{\alpha}^{\phi} \frac{\text{جتا}\,\phi}{1-\text{حا}^2\phi}\,\text{د}\phi + \text{حا}\,\alpha \int_{\psi'}^{\psi} \frac{\text{ف}\,\text{جتا}\,\psi}{1-\text{حا}^2\psi}\,\text{د}\psi$$

$$\Big[\text{لو}\,ر\Big]_{ر_\alpha}^{ر_\phi} = -\text{حا}\,\alpha \left[\text{لو ظا}\left(\frac{\text{ط}}{4}+\frac{\phi}{2}\right)\right]_{\alpha}^{\phi}$$

$$+\,\text{ف حا}\,\alpha \left[\text{لو ظا}\left(\frac{\text{ط}}{4}+\frac{\psi}{2}\right)\right]_{\psi'}^{\psi}$$

$$\text{لو}\ \frac{ر_{\phi}}{ر_{\alpha}} = -\ \text{حا}\ \alpha \left[\text{لو}\ \frac{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\phi}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\alpha}{٢}\right)} \right]$$

$$+\ \text{ف حا}\ \alpha \left[\text{لو}\ \frac{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi'}{٢}\right)} \right]$$

$$ر_{\phi} = ر_{\alpha} \left[\frac{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\alpha}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\phi}{٢}\right)} \right]^{\text{حا}\ \alpha} \times \left[\frac{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(\frac{\text{ط}}{٤} + \frac{\psi'}{٢}\right)} \right]^{\text{ف حا}\ \alpha}$$

وكالمعتاد فى المساقط المخروطية المرسومة بمقــاييس كبيرة يتم حساب الاحداثيات المتعامدة للنقط التى تمثل الهيكل الجغرافى .

وتكون نقطة الأصل عند تقاطع الطول الأوسط مع العرض الرئيسى

وتكون $\text{س} = \text{ر}_{\phi}\ \text{حا}\ \lambda'$ حيث $\lambda' = \lambda \cdot \text{حا}\ \alpha$

و $\text{ص} = \text{ر}_{\alpha} - \text{ر}_{\phi}\ \text{جتا}\ \lambda'$

<u>مثال</u>: مسقط لامبرت المخروطي التشابهي بمقياس ١ : ٢٠٠٫٠٠٠ فيه العرض الرئيسي ٣٠° شمال والطول الأوسط ٢٧° شرق .

ثابت المخروط = جا ٣٠ = ٠٫٥

الطول ٢٨ شرق $\lambda = ١$ $\qquad \lambda' = ٠٫٥°$

" ٢٩° " $\lambda = ٢$ $\qquad \lambda' = ١٫٠°$

$$\text{ر}_{٣٠} = \frac{\text{ف}_{٣٠}}{\text{ظا}_{٣٠}} = \frac{٥٥٢٨٤٩٣٫٧٣}{٠٫٥} \times \frac{١٠٠}{٢٠٠٫٠٠٠}$$

= ٥٥٢٨٫٤٩٤٧ سم

<u>العرض ٣١°</u> $\qquad \psi' = \text{حا}^{-١}\ \text{ف حا}\ ٣٠° \qquad \psi' = ٢٫٣٤٩٥٥٠°$

$\psi = \text{حا}^{-١}\ \text{ف حا}\ ٣١ \qquad \psi = ٢٫٤٢٠٢٥٧°$

$$\text{ر}_{٣١} = \text{ر}_{٣٠} \times \left[\frac{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٣٠}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٣١}{٢}\right)}\right]^{\text{حا}\ ٣٠}$$

$$\left[\frac{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٢ر٤٢٠٢٥٧}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٢ر٣٤٩٥٥٠}{٢}\right)}\right]^{\text{ف حا ٣٠}}$$

$$= ٥٥٢٨ر٤٩٣٧ \times ٠ر٩٨٩٩٢٢٨٢ \times ١ر٠٠٠٠٠٥٠٦$$

$$= ٥٤٧٣ر٠٥٩٢ \text{ سم}$$

<u>العرض ٢٩°</u> $\psi' = \text{حا}^{-١} \text{ ف حا ٣٠}$ $\psi' = ٢ر٣٤٩٥٥٠°$

$\psi = \text{حا}^{-١} \text{ ف حا ٢٩}$ $\psi \simeq ٢ر٢٧٨١٣١$

$$\text{س}_{٢٩} = \text{س}_{٣٠} \left[\frac{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٣٠}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٢٩}{٢}\right)}\right]^{\text{حا ٣٠}} \times$$

$$\left[\frac{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٢ر٢٧٨١٣١}{٢}\right)}{\text{ظا}\left(٤٥ + \frac{٢ر٣٤٩٥٥٠}{٢}\right)}\right]^{\text{ف حا ٣٠}}$$

$$\text{س}_{٢٩} = ٥٥٢٨ر٤٩٣٧ \times ١ر٠١٠٠٧٧١٧ \times ٠ر٩٩٩٩٤٨٨٦$$

$$= ٥٥٨٣ر٩١٩٧ \text{ سم}$$

ويمكن الحصول على الاحداثيات المتعامدة لنقط الهيكل الجغرافى وتكون الاحداثيات منسوبة الى محورين :

الصادات وينطبق على خط الطول الأوسط ٢٧° شرق وتقع نقطة الأصل عند العرض الرئيسى ٣٠° سم .

النقطة (عرض ٣١° شمال ، طول ٢٨° شرق) λ = ١° و λ´ = ٥ر٠°

س = م٣١ حا λ´ = ٥٤٧٣ر٠٥٩٢ حا ٥ر٠° = ٤٧ر٧٦٠٨ سم

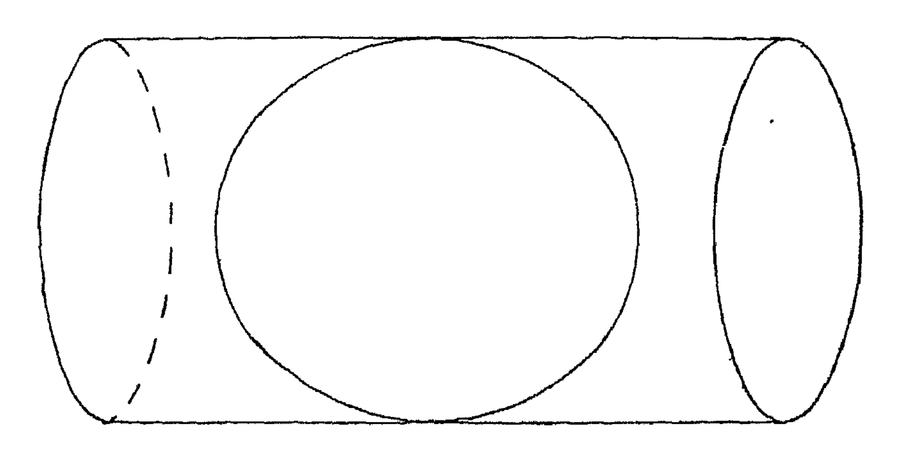
ص = م٣٠ - م٣١ جتا λ´ = ٥٥٢٨ر٤٩٣٧ - ٥٤٧٣ر٠٥٩٢ جتا ٥ر٠°

= ٥٥ر٦٤٢٩ سم

وبتكرار هذا العمل لباقى نقط الهيكل الجغرافى نحصل على الاحداثيات المبينة فى الجدول الآتى :

طول \ عرض		٢٩	٣٠	٣١
٢٧	س	صفر	صفر	صفر
	ص	— ٥٥ر٤٢٦٠	صفر	٥٥ر٤٣٤٥
٢٨	س	٤٨ر٧٧٨٣	٤٨ر٢٤٤٦	٤٧ر٧٦٠٨
	ص	— ٥٥ر٢١٣٤	٠ر٢١٠٥	٥٥ر٦٤٢٩
٢٩	س	٩٧ر٤٥٢٨	٩٦ر٤٨٥٥	٩٥ر٥٢٨١
	ص	— ٥٤ر٥٧٥٥	٠ر٨٤٢٠	٥٦ر٢٦٨١

مسقط مركيتور المستعرض
الأرض الشبه كروية
أو
مسقط جاوس التشابهى

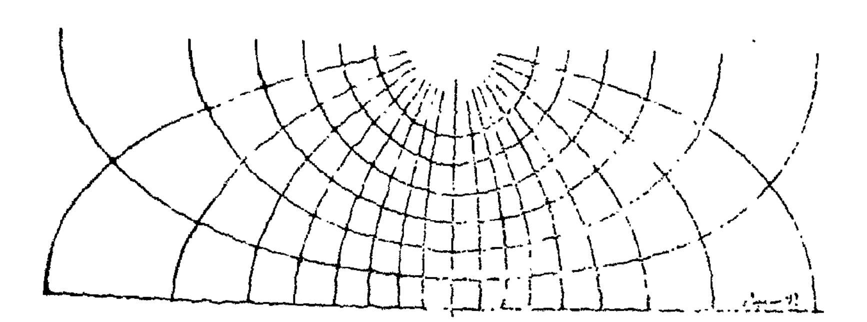


شكل ١٠٦

ينتج هذا المسقط بطريقة مشابهة لمسقط مركيتور ولكن تكون اسطوانة التماس فى وضع مستعرض — أى تمس سطح الأرض حول أحد خطوط الطول

فى هذه الحالة يسقط خط طول التماس الى خط مستقيم رأسى يساوى فى طوله محيط خط الطول على سطح الأرض . ويتم اسقاط باقى المعالم بطريقة التشابه فيأخذ الهيكل الجغرافى الشكل المبين فى الصفحة المقابلة .

والرياضيات العالية تعطى المعادلات المستخدمة لإنشاء المسقط بطريقة مختصرة وجميلة :



شكل ١٠٧

فى هذا المسقط سنتخذ محور السينات رأسيا نحو الشمال ومنطبقا على خط طول التماس (خط الطول الأوسط)، كما هو متبع فى أعمال المساحة بصفة عامة وفى المساحة المصرية بصفة خاصة والتى كانت رائدة بين دول العالم فى تطبيق هذا المسقط على أعمالها المساحية.

ويكون محور الصادات عموديا على محور السينات ومتجها نحو الشرق وذلك عند نقطة اختيارية على محور السينات.

الدوال المترافقة

إذا كانت س ، ص دالتين حقيقيتين للمتغيرين و ، هـ وأمكن تعريفهما بالعلاقة س + ى ص = د (و + ى هـ) حيث ى = $\sqrt{-1}$ فإنه يقال أن س ، ص دالتين مترافقتين.

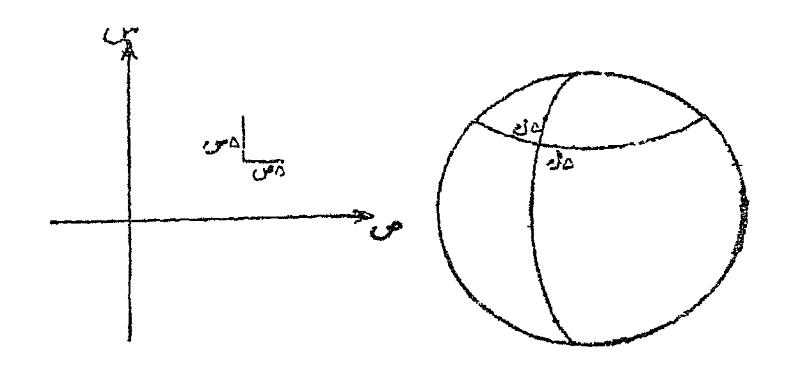
والخواص المميزة للدوال المترافقة والتى من أجلها تستخدم فى الوصول إلى معادلات المساقط التشابهية هى :

١ — كل منحنى نحصل عليه عندما تكون و ثابتة القيمة ، بينما هـ تكون متغيرة ، يتقاطع عموديا مع جميع المنحنيات التى نحصل عليها عندما تكون هـ ثابتة ، بينما و تكون متغيرة .

٢ — تكون النسبة ثابتة بين أى مسافة صغيرة على السطح الذى يشمل س ، ص والمسافة الصغيرة المناظرة على السطح الذى يشمل و ، هـ ؛ وذلك حول أى نقطة .

تطبيق الدوال المترافقة على المساقط المتشابهة

س ، ص هما الاحداثيان المتعامدان على سطح الخريطة وذلك بالنسبة للمحورين السابق الاتفاق عليهما . ولكن لا يمكن اعتبار و ، هـ على انهما الاحداثيان φ ، λ على سطح الأرض لأن Δ φ على سطح الأرض لاتساوى Δ λ فى طولها .



شكل ١٠٨

إذا كانت ك المسافة على خط الطول

وكانت ل المسافة على دائرة العرض

تكتب العلاقة العامة للمسقط التشابهى على الصورة

$$(س + ى ص) = د (ك + ى ل)$$

التناسب بين الأطوال المتناظرة يكون $\frac{\Delta س}{\Delta ص} = \frac{\Delta ك}{\Delta ل}$

$\frac{\Delta س}{\Delta ص} = \frac{\rho \, \Delta \phi}{نق_\phi \, \Delta \lambda}$ حيث ρ هو نصف قطر الانحناء لخط الطول ،

$نق_\phi$ هى نصف قطر دائرة العرض ϕ على سطح الأرض .

$$\frac{\Delta س}{\Delta ص} = \frac{\Delta ط}{\Delta \lambda} \qquad \text{حيث } \Delta ط = \frac{\rho \Delta \phi}{نق_\phi}$$

وبذلك تكون ط دالة فى المتغير ϕ وحده ، $ط = \int \frac{\rho}{نق_\phi} \, ء \phi$

وتكتب العلاقة العامة بالصورة

$$س + ى ص = \sigma \, (ط + ى \, \lambda)$$

وباستخدام مفكوك تايلور

$$س + ى ص = \sigma(ط) + ى \, \lambda \, \sigma'(ط) - \frac{\lambda^2}{2!} \sigma''(ط) -$$

$$\text{ى}\,\frac{\lambda^{٣}}{\text{ل}\,٣}\,\sigma^{(٣)}(\text{ط}) + \cdots$$

وبمساواة الاجزاء الحقيقية والاجزاء التخيلية فى كلا الطرفين

$$\text{س} = \sigma(\text{ط}) - \frac{\lambda^{٢}}{\text{ل}\,٢}\,\sigma''(\text{ط}) + \frac{\lambda^{٤}}{\text{ل}\,٤}\,\sigma^{(٤)}(\text{ط}) - \cdots$$

$$\text{ص} = \lambda\sigma'(\text{ط}) - \frac{\lambda^{٣}}{\text{ل}\,٣}\,\sigma^{(٣)}\,\text{ط} + \frac{\lambda^{٥}}{\text{ل}\,٥}\,\sigma^{(٥)}(\text{ط}) - \cdots$$

مسقط مركيتور المستعرض

للحصول على σ (ط) ومشتقاتها نأخذ الحالة التى ينطبق فيها محور السينات على خط الطول الأوسط أى عندما λ = صفر
فى هذه الحالة تكون س = σ (ط)

وفى مسقط مركيتور المستعرض تكون س هى المسافة على خط الطول الأوسط

$$= \int_{٠}^{\phi} \rho \cdot \text{د}\,\phi$$

$$\sigma(\text{ط}) = \int \rho \cdot \text{د}\,\phi = \int_{٠} \text{نق}_{\phi} \cdot \text{د ط}$$

$$\sigma'(\text{ط}) = \text{نق}_{\phi}$$

$$ه'(ط) = \frac{ء(س_φ)}{ءφ} \cdot \frac{ءφ}{ءط}$$

بوضع $نق_φ = \frac{ا \ جتا \ φ}{(1 - ف^2 \ حا^2 \ φ)^{\frac{1}{2}}}$ ثم بمفاضلتها بالنسبة الى φ

وبوضع $\frac{ءφ}{ءط} = \frac{نق_φ}{م}$ ينتج أن

$$ه''(ط) = - نق_φ \ حا \ φ$$

وبتكرار عملية التفاضل

$$ه^{(3)}(ط) = - نق_φ \left(\frac{نق_φ \ جتا \ φ}{م} - جا^2 \ φ \right)$$

وتكون معادلات التحويل المطلوبة هى

س = طول القوس على خط الطول من الاستواء إلى العرض φ

$$+ \frac{λ^2}{|\underline{2}} س_φ \ جا \ φ + \frac{λ^4}{|\underline{4}} نق_φ (5 \ جتا^2 \ φ - جا^2 \ φ) + \cdots$$

$$ص = λ \ نق_φ + \frac{λ^3}{|\underline{3}} نق_φ \left(\frac{نق_φ \ جتا \ φ}{م} - جا^2 \ φ \right) +$$

$$\frac{λ^5}{|\underline{5}} نق_φ (5 \ جتا^4 \ φ - 18 \ جا^2 \ φ \ جتا^2 \ φ + جا^4 \ φ) + \cdots$$

مثال : لايجاد احداثيات النقطة الواقعة عند تقـــاطع العرض ٣٠° شمال والطول ٣٢° شرق باعتبار خط الطول الأوسط ٣١° شرق .

$$\lambda = 32 - 31 = 1^\circ = \frac{\text{ط}}{180} \quad , \quad \rho_{30} = 6351\ 503{,}56$$

$$\text{نق}_{30} = 5528\ 493{,}72 \ \text{متر}$$

طول قوس خط الطول من الاستواء الى العرض ٣٠° $= 3320\ 161{,}70$

$$\text{س} = 3320\ 161{,}170 + \left(\frac{\text{ط}}{180}\right)^2 \times \frac{1}{2} \times \text{نق}_{30}\ \text{حا}\ 30 +$$

$$\frac{1}{\lfloor 4} \times \left(\frac{\text{ط}}{180}\right)^4 \text{نق}_{30} \left(5\ \text{جتا}^2\ 30 - \text{حا}^2\ 30 \right) +$$

$$= 3320\ 161{,}70 + 421{,}02 + 0{,}07 +$$

$$= 3320\ 582{,}79 \ \text{متر}$$

$$\text{ص} = \left(\frac{\text{ط}}{180}\right) \text{نق}_{30} +$$

$$\left(\frac{\text{ط}}{180}\right)^3 \frac{1}{\lfloor 3}\ \text{نق}_{30} \left(\frac{\text{نق}_{30}\ \text{جتا}\ 30^\circ}{\rho_{30}} - \text{جا}^2\ 30^\circ \right) +$$

$$\frac{1}{\lfloor 5} \times \left(\frac{\text{ط}}{180}\right)^5 \times \text{نق}_{30} \left(5\ \text{جتا}^4\ 30 - 11\ \text{جا}^2\ 30\ \text{جتا}^2\ 30 \right.$$

$$\left. + \ \text{جا}^4\ 30 \right)$$

$$= 96\ 490{,}42 + 2{,}47 + \text{الحد الثالث صفر}$$

$$= 96\ 492{,}89$$

تطبيق مسقط مركيتور المستعرض
فى المساحة المصرية

ترتبط شبكة المثلثات الرئيسية فى مصر بمناطق العمران التى تنحصر فى منطقة وادى النيل والدلتا . وتعرف النقط الجيوديسيه فى هذه الشبكة باحداثياتها الجغرافية (ϕ , λ) ومن بين المساقط التقابية تم اختيار مسقط مركيتور المستعرض لتمثيل مصر على الخرائط المساحية .

وكان واضحا أن خط الطول الأوسط المناسب هو خط الطول ٣١° شرق الذى يمر فى وادى النيل والدلتا والذى يتوسط مصر من ناحية الامتداد مع درجات الطول من ٢٥° الى ٣٦° شرق جرينتش.

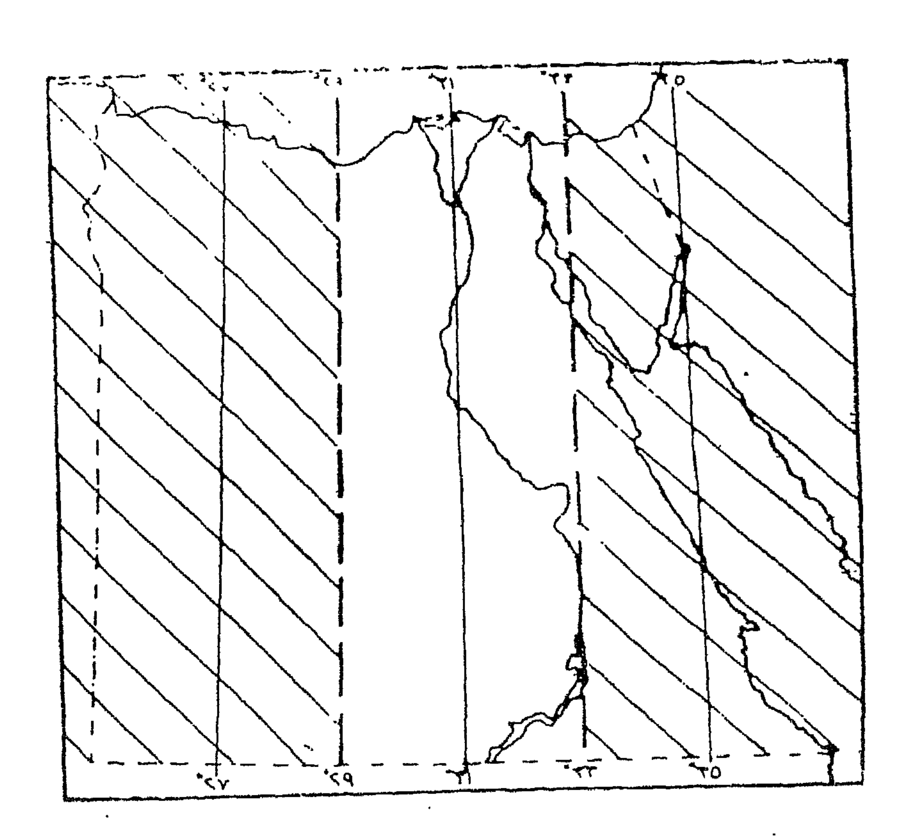
والمعروف أن التشويه فى شكل المعالم المرسومة على الخريطة يأخذ مكانه فى مسقط مركيتور المستعرض كلما إبتعدنا عن خط الطول الأوسط ـــ الخالى من التشويه ـــ ويتزايد التشويه ويصبح ملموساً (حسابيا) بعد درجتين طوليتين .

لذلك قسمت مصر الى ثلاثة شرائح طولية وتم رسم كل شريحة منها على حدة كالآتى :

١ ـــ الشريحة الاولى تمتد من الطول ٢٥° الى ٢٩° شرق بخط طول أوسط ٢٧° ، لتغطى منطقة الصحراء الغربية .

٢ ـــ الشريحة الثانية تمتد من الطول ٢٩° الى ٣٣° شرق بخط طول أوسط ٣١° ، لتغطى وادى النيل والدلتا .

٣ — الشريحة الثالثة وتمتد من الطول ٣٣° الى ٣٦° شرق بخط طول أوسط ٣٥° ، لتغطى سيناء وبعض اجزاء الصحراء الشرقية .



شكل ١٠٩

تعديل الاحداثيات

وكما سبق يتبين أن الاحداثى السينى (فى اتجاه الشمال) لأى موقع على مسقط مركيتور المستعرض يتضمن طول المسافة على خط الطول من الاستواء الى هذا الموقع . وفى حالة مصر تصل هذه المسافة الى حوالى ٣٠٠٠ كيلو متر . لذلك تم اتخاذ نقط الأصل الثلاثة لكل مسقط من مساقط الشرائح الثلاثة عند

العرض ٣٠° شمال . وذلك يقلل من قيمة الاحداثى السينى لجميع النقط بحوالى ٣٠٠٠ كيلو متر .

وحتى يمكن تلافى الاحداثيات السينية السالبة للاماكن الواقعة جنوب خط العرض ٣٠° شمال ، أضيف عدد كامل من الكيلومترات الى جميع الاحداثيات السينية ، وفى الوقت نفسه أضيف عدد آخر من الكيلومترات الى الاحداثيات الصادية لجميع النقط حتى لاتكون هناك احداثيات صادية سالبة للنقط الواقعة غرب خط الطول الأوسط . والجدول الآتى يبين هذه التعديلات فى كل من المساقط للمناطق الثلاثة

المنطقة	حدود خطوط الطول	خط الطول الأوسط	الإضافة الكيلومترية للاحداثيات	موقع نقطة الصفر
الصحراء الغربية	من ٢٥ الى ٢٩	٢٧	س ٢٠٠ كم ص ٧٠٠	داخل الأراضى الليبية
وادى النيل والدلتا	من ٢٩ الى ٣٢	٣١	س ٨١٠ ص ٦١٥	بالقرب من الركن الجنوبى الغربى للحدود السياسية
سيناء	من ٣٣ الى ٣٦	٣٥	س ١١٠٠ ص ٣٠٠	داخل الأراضى السودانية

حساب الاحداثيات فى المساحة المصرية

استخدمت المساحة المصرية شكلا شـــبه كرويا لسطح الأرض هو شكل هلمرت ١٩٠٦، وذلك قبل أن يتقرر استخدام الشكل الدولى لهايفورد ١٩١٠ . وتم حساب الاحداثيات المتعامدة للمواقع الجيوديسية ولحدود الخرائط على شكل هلمرت . والجدول فى صفحة ٢٥٩ يبين بعض العناصر الأساسية لشكل هلمرت مع ذكر القيم المقابلة لها فى شكل هايفورد

العنصر		هلمرت ١٩٠٦	هايفورد ١٩١٠
نصف القطر الاستوائى	ا	٦٣٧٨ ٢٠٠ متر	٦٣٧٨ ٣٨٨ متر
نصف القطر القطبي	ب	٦٣٥٦ ٨١٨ »	٦٣٥٦ ٩١٢ »
مربع الاختلاف المركزى	ف٢	٠٫٠٠٦٦ ٩٣٤٠	٠٫٠٠ ٦٧٢٢٦٩
نصف قطر الانحناء عند العرض ٣٠°	ρ_{30}	٦٣٥١ ٤٤٢٫٩٢ متر	٦٣٥١ ٥١٣٫٥٦ متر
نصف قطر الانحناء العمودى عند العرض ٣٠°	ν_{30}	٦٣٨٣ ٥٤٣٫١٧ »	٦٣٨٣ ٧٥٤٫٦٩ »
نصف قطر دائرة العرض ٣٠°	ق٣٠	٥٥٢٨ ٣١٠٫٥٥ »	٥٥٢٨ ٤٩٣٫٧٣ »
طول القوس على خط الطول من الاستواء الى العرض ٣٠°	ل٣٠	٣٣٢٠ ١٤٩٫١٠ »	٣٣٢٠ ١٦١٫٧٠ »
طول دقيقة واحدة عرضية على خط الطول عند العرض ٣٠°		١٨٤٧٫٥٥٩ »	١٨٤٧٫٥٨٠ »

مثـال :

على شكل هلمرت المطلوب حساب الاحداثيات المتعامدة (س ، ص) للموقع الجغرافى (عرض ٣١° شمال ، طـول ٣٠َ ٢٨° شرق) على شبكة احداثيـات وادى النيل بخط الطول الأوسط ٣١° شرق

$$\lambda = ٣٠' \; ١° = ١ر٥٠° = \frac{٣}{٢} \times \frac{\text{ط}}{١٨٠} = \frac{\text{ط}}{١٢٠}$$

$\rho_{٣١}$ = ٦٢٥٢ ٤١٨ر٤٧   نق$_{٣١}$ = ٥٤٧٢ ٠٤٤ر١٨

طول قوس خط الطول من الاستواء إلى العرض ٣١° = ٣٤٣٦ ٠١١ر١٠

» » » » ٣٠° = ٢٣٢٠ ١٤٩ر١٠

$$\text{س} = ٣٤٣١٠١١ر١٠ + \left(\frac{\text{ط}}{١٢٠}\right)^{٢} \times \frac{١}{٢} \times \text{نق}_{٣١} \; \text{حا} \; ٣١° +$$

$$\frac{١}{٢٤} \left(\frac{\text{ط}}{١٢٠}\right)^{٤} \text{نق}_{٣١} \left(٥ \; \text{جتا}^{٢} \; ٣١ - \text{حا}^{٢} \; ٣١ \right)$$

= ٣٤٣١ ٠١١ر١٠ + ٩٦٥ر٨٢ + ٠ر٢٧

وبطرح طول قوس خط الطول من الاستواء إلى العرض ٣٠° وباضافة ٨١٠ كيلو متر

س = ٣٤٣١ ٠١١ر١٠ + ٩٦٥ر٨٢ + ٠ر٣٧

− ٢٣٢٠ ١٤٩ر١٠ + ٨١٠ ٠٠٠ = ٩٢١ ٨٢٨ر١٩ متر

$$\text{ص} = - \Big[\left(\frac{\text{ط}}{١٢٠}\right) \text{ع}_{٣١} + \frac{١}{\underline{|٣}} \left(\frac{\text{ط}}{١٢٠}\right)^{٣} \text{ع}_{٣١} \times$$

$$\left(\frac{\text{ع}_{٣١} \ \text{جتا} \ ٣١}{\text{م}_{٣١}} - \text{حا}^{٢} \ ٣١ \right) + \frac{١}{\underline{|٥}} \left(\frac{\text{ط}}{١٢٠}\right)^{٥} \text{ع}_{٣١}$$

$$\left(٥ \ \text{جتا}^{٤} \ ٣١ - ١٨ \ \text{جا}^{٢} \ ٣١ \ \text{جتا}^{٢} \ ٣١ + \text{حا}^{٤} \ ٣١ \right) \Big]$$

$$= - \Big[١٤٣ \ ٢٥٧٫٧٨ + ٧٫٧٤ + \text{حد صغير} \Big]$$

وبإضافة ٦١٥ كيلو متر

$$\text{ص} = - ١٤٣ \ ٢٦٥٫٥٢ + ٦١٥ \ ٠٠٠ = ٤٧١ \ ٧٣٤٫٤٨ \ \text{متر}$$

الباب التاسع

تاريخ مسافط الخرائط

يرجع تاريخ المساقط إلى وقت بعيد عندما كان الرياضيون والفلكيون فى محاولات لتمثيل السماء على الخرائط .

وضمن ماتركه بطليموس (٩٠ — ١٦٨ م) من مؤلفات يوجد شرح لطريقة رسم الكرة السماوية على سطح مستوى ومنها يشرح أيضا طريقة تمثيل الاقواس الكروية . وهذه فى الواقع طريقة رسم المسقط الاورثوجرافى . وذكر بطليموس أيضا طريقة أخرى لتمثيل الكرة السماوية والتى تعرف الآن باسم المسقط المجسم أو الاستريوجرافى .

ويرجح أن بطليموس نقل هذين المسقطين عن هيباركوس (القرن الثانى الميلادى) العالم الفلكى الشهير .

أما المسقط المركزى فقد كان معروفا قبل هذين المسقطين فقد ظهرت فكرته مع فكرة الأرض الكروية أيام الاغريق .

وبغض النظر عن أستخدام المساقط لتمثيل السماء على الخرائط ، لم تدخل فكرة الاسقاط لعالم سطح الأرض إلا بعد أيام ايراتوستين (٢٧٦ — ١٩٥ ق . م) الذى رسم خريطة عليها خطوط الطول والعرض المستقيمة وهى

الخريطة التي قام بتصحيحها من بعده هيباركوس ثم مارينوس (القرن الثاني الميلادي) . وخريطة ايراتوستين والتي صححت بمعرفة هيباركوس ثم مارينوس لا تخضع لأي من القواعد الهندسية المعروفة الآن عن المساقط .

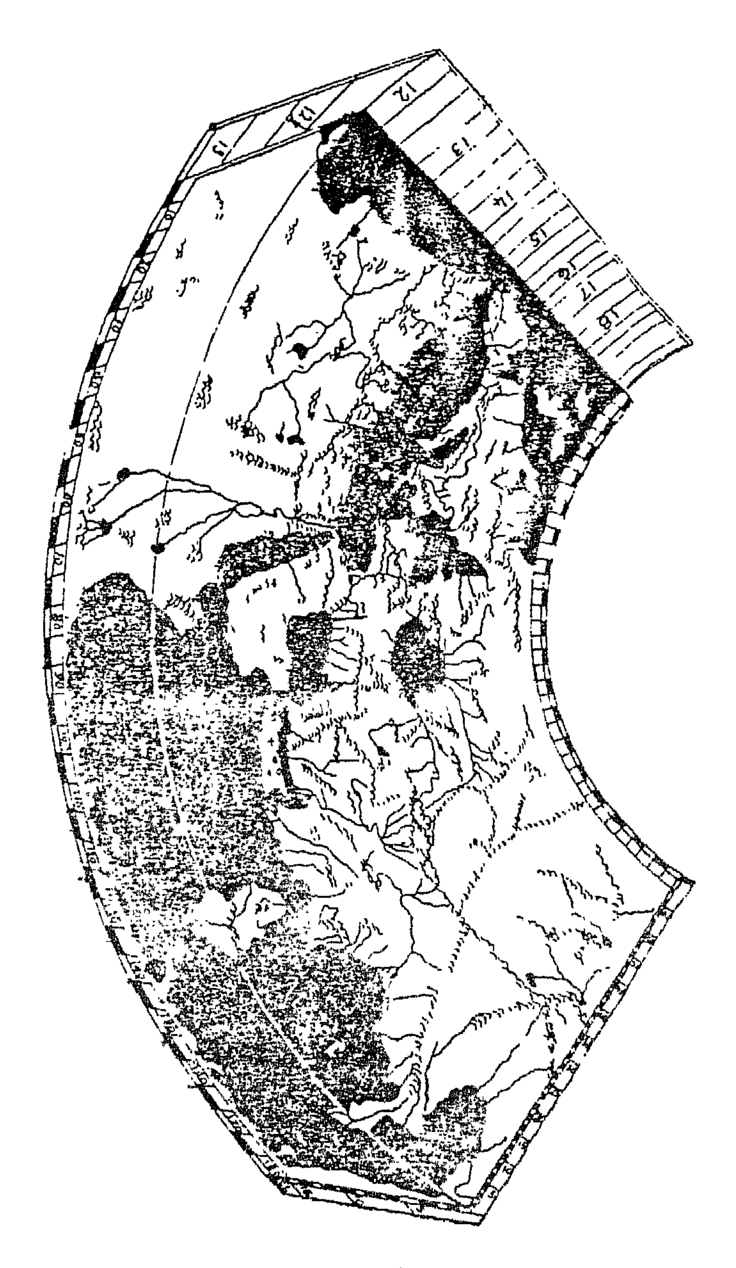
مساقط بطليموس

أما بطليموس فيعتبر أول من استعمل فكرة الاسقاط في رسم الخرائط الجغرافية . ففي خرائط بطليموس التي رسمها لكل دولة نجد أنه يرسم خطوط الطول والعرض خطوطا مستقيمة متعامدة ـ إذ أنه كان على علم بأن المناطق الصغيرة من سطح الأرض لا تتأثر كثيرا بالانحناء الكروي — وعلى ذلك يمكن اهمال الأخطاء الصغيرة التي قد تظهر بعيدا عن مركز الخريطة .

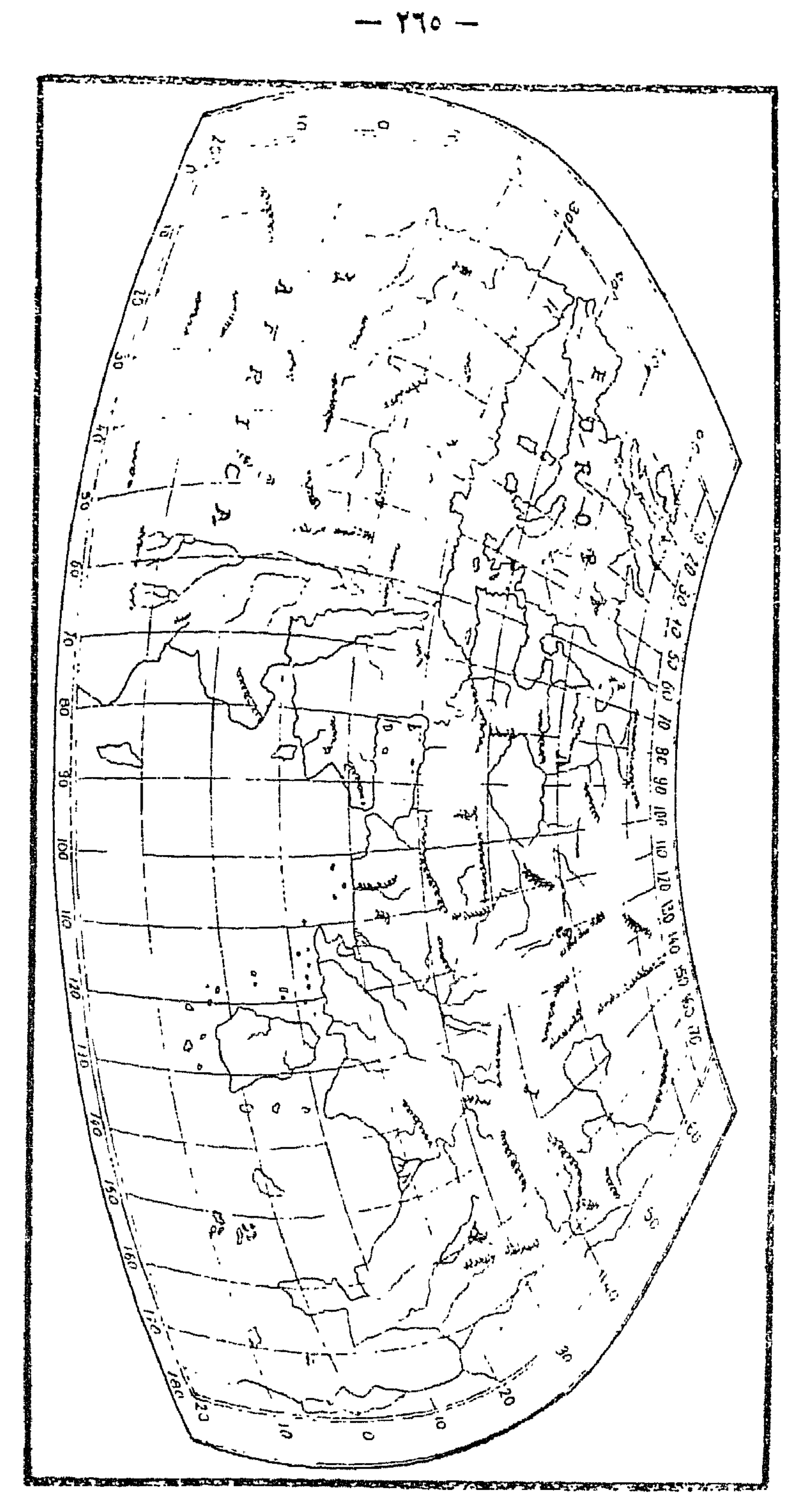
كما كان بطليموس على علم بأنه عند رسم خريطة تبين العالم كله يجب عليه اتخاذ بعض الاحتياطات الهندسية والتي بها يتحاشى ظهور الأخطاء . ولذلك اتخذ بطليموس نوعين من المساقط عندما قام برسم خرائط العالم .

النوع الأول وفيه ظهرت خطوط العرض أقواس دوائر لها نفس المركز الذي يقع خارج حدود الخريطة . كما رسمت خطوط الطول مستقيمة وتتقارب من بعضها كلما اتجهت شمالا وتتقابل في نقطة خارج الخريطة . أما المنطقة الواقعة للجنوب من الاستواء فرسمت خطوط الطول فيها متقاربة في الاتجاه الجنوبي . وبذلك تقابلت خطوط الطول الشمالية مع خطوط الطول الجنوبية عند الاستواء في شكل زوايا .

وهذا المسقط يشبه المسقط المعروف حاليا بالمسقط المخروطي البسيط فيما عدا الأخطاء التي ظهرت جنوب الاستواء .



شكل ١١٠
خريطة بطليموس



شـــكل ١١١

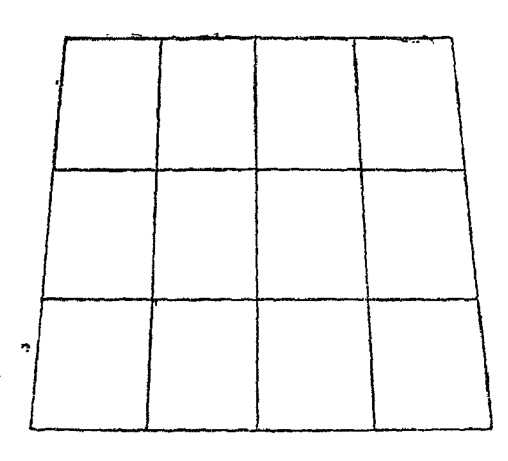
خريطة بطليموس

وعلى النوع الثانى من المساقط الذى أتخذه بطليموس لخريطة العالم فعليه ظهرت كلا من خطوط الطول وخطوط العرض منحنية . ويظن أنه صنع هذا المسقط لتعديل المسقط الأول . وعلى كل ففى كلا المسقطين نجـد أن التشويه يتزايد كلما أبتعدنا عن مركز الخريطة .

هذا المسقط الثانى لبطليموس قريب الشبه من المسقط المعروف حاليا باسم مسقط بون . وقد قام فالد سيمولر بتطوير مسقط بطليموس الثانى ورسم عليه خريطته المعروفة للعالم عام ١٥٠٧ .

مساقط عصر النهضة وبداية عصر الكشوف الجغرافية

من المعروف أن خرائط عصر النهضة بدأت بترجمة مؤلفـات بطليموس الجغرافية التى كانت تحتوى على العـديد من الخرائط . وصاحب تلك الترجمة تعديلات وتصحيحات وإضـافة إلى خرائط بطليموس الأصلية . وظهرت فى موجة الترجمة هذه مسقطا جديدا فى شكله ويشبه إطاره شكل شبه المنحرف ولكنه لا يتميز بأية خصائص كما أنه لا يخضع للقواعد الهندسية المعروفة الآن فى المساقط .



شكل ١١٢

. وفى بداية عصر الكشوف الجغرافية ظهرت خرائط على مايسمى إسقاط مستوى وعليها كانت خطوط العرض مستقيمة ومتوازية وفى أماكنها المضبوطة إذ أن تحديد موقع خط العرض كان ممكنا بدقة عالية أما خطوط الطول فكانت معرضة لأخطاء فى مواقعها .

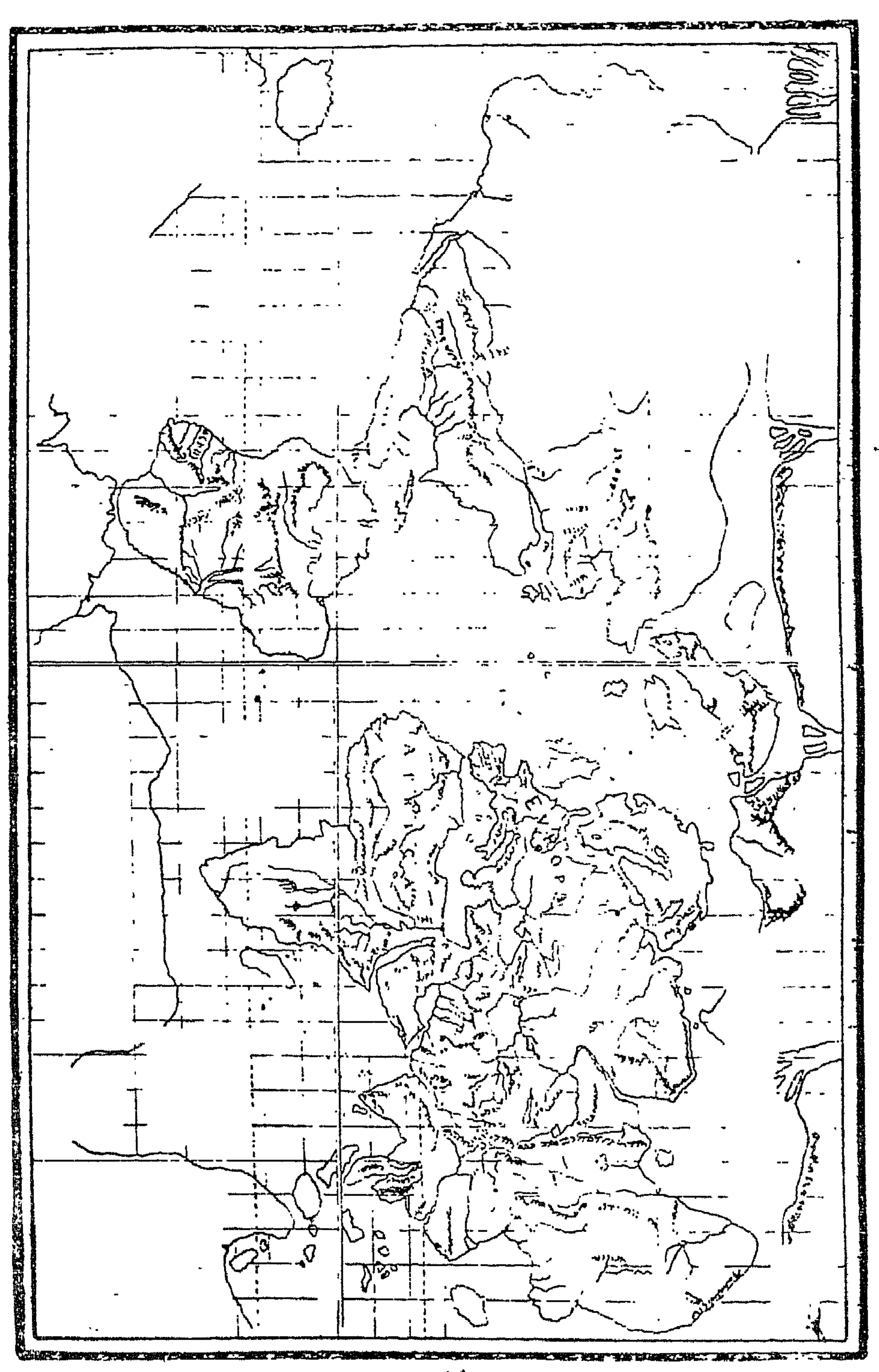
أما خرائط البورتولانو التى كانت ترسم فى جنوه بإيطاليا لسواحل البحر المتوسط والمناطق المجاورة وكذلك الخرائط الأولى للمحيط الهندى فى ذلك الوقت فبالرغم من الدقة العالية للمعالم الجغرافية التى ظهرت على الخرائط إلا أنها لم تعتمد على أى مسقط من المساقط .

مركيتور

جاء مركيتور وسلك طريقا متحررا عن طريق بطليموس . قام مركيتور برسم خريطة لأوربا عام ١٥٥٤ على مسقط مخروطى بعرضين رئيسيين كما قام بعمل المسقط المعروف باسمه والذى أستخدمه فى رسم خريطة العالم البحرية عام ١٥٦٩ وعلى هذه الخريطة كتب مركيتور طريقة رسم المسقط .

وبعد مركيتور وإبتداء من القرن السابع عشر أنفتح ذهن الكارتوجرافيين على إيجاد مساقط متنوعة . فقام سانسون الفرنسى بعمل المسقط المقرون باسمه وإسم فلامستيد الانجليزى ولكن سانسون هو الذى وضع قواعد هذا المسقط وخصائصه أما فلامستيد فقد نقله عنه وطبقه فى رسم بعض الخرائط .

كما ظهر بعد ذلك المسقط الكروى فى فرنسا وتناوله بعض الكارتوجرافيون بالتعديل ولكن بدون أهتمام كبير نظرا لأنه لا يحتوى على خصائص هندسية معينة ، اللهم إلا سهولة رسمه .



شكل ١١٣

خريطة مركيتور للعالم

مساقط القرن الثامن عشر

شهد القرن الثامن عشر على يد لامبرت مجموعة كبيرة من المساقط وفى نفس الوقت كان مردوخ فى انجلترا على أهتمام كبير بالمساقط الجغرافية . وكان أهتمام كليهما بالمساقط المخروطية .

قام ماردوخ بدراسة ثلاثة أنواع متطورة من المسقط المخروطى البسيط كل نوع منها يحقق ميزة معينة .

أما لامبرت وهو ألمانى ، فقد قدم إلى المساقط عددا لم يقدمه غيره من الكارتوجرافيين . فقام بإعداد المساقط الآتية :

١ — المخروطى متساوى المساحات بعرض رئيسى واحد وهو المسقط المعروف بأسمه .

٢ — المخروطى التشابهى بعرضين رئيسين .

٣ — الاسطوانى متساوى المساحات .

٤ — الاسطوانى المستعرض متساوى المساحات .

٥ — الاتجاهى متساوى المساحات .

وجدير بالذكر أن تلك المساقط بالذات ما زالت تعتبر الأساس العريض فى عمليات إنشاء الخرائط .

وفى هذا القرن أيضــا قام البرز بتصميم المسقط المعروف بأسمه وهو المخروطى متساوى المساحات بعرضين رئيسيين ولكن المسقط لم يعرف إلا فى نهاية القرن التاسع عشر .

وفى القرن الثامن عشر عاش كاسينى وهو حفيد كاسينى الذى رسم خريطة فرنسا فى أرضية مرصد باريس . وهذا الحفيـــد قام بتصميم مسقط مازال معروفا بأسمه. وعلى هذا المسقط قام بتوقيع نتائج عمليات المثلثات الخاصة بفرنسا والتى كانت أول عملية مساحة منظمة شاملة لدولة بأكملها . وأدت هذه العملية إلى مجموعة من الخرائط الطبوغرافية الدقيقة التفاصيل والتى تمت بعد وفاته .

فى عام ١٨٠٥ صمم مولفايدى المسقط المعروف بأسمه .

وبعد ذلك الوقت وحتى الآن يظهـــر من وقت لآخر مسقط جديد أو تعديل لمسقط قديم . وتقترن المساقط الجديدة بأسماء صانعيها ونذكر منهم أيكرت - وينكل - فان دير جرينتن - جول - هامار .

الباب العاشر

اختيار المسقط

علاقة المسقط بالموقع

باستعراض المساقط المتعددة التى ذكرت ، نجد أنها قسمت من حيث طريقة الإنشاء إلى مجموعات رئيسية هى : المعدلة والاسطوانية والمخروطية والاتجاهية .

وفى الواقع يتفق هذا التقسيم مع الهيكل الجغرافى لخطوط الطول والعرض المرسومة على سطح الأرض .

١ — فعند تمثيل منطقة إستوائية على خريطة يكون أحد المساقط الاسطوانية اختيارا ملائما ، إذ ينتقل الاستواء إلى الخريطة مساويا لطوله الأصلى على الأرض ويكون شكله مستقيما . ومن ثم يصبح تشكيل المسقط سهلا من حيث الحساب والرسم .

٢ — وعند تمثيل منطقة تقع بين الاستواء والقطب يكون أحد المساقط المخروطية ملائما ، إذ ينتقل خط العرض الرئيسى إلى الخريطة مطابقا لطوله الأصلى على الأرض ويكون على شكل قوس من دائرة . ومن تلك البداية يمكن إكمال المسقط بسهولة .

٣ — وعند تمثيل منطقة قطبية يكون أحد المساقط الاتجاهية ملائما ، إذ تنتقل جميع خطوط الطول المتلاقية عند القطب الأرضى محتفظة بنفس الزوايا الأصلية على سطح الأرض . أى أن خطوط الطول ستظهر على المسقط فى صورة حزمة من المستقيمات المتلاقية فى نقطة وتكون الزوايا بينها مساوية للزوايا

المناظرة على سطح الأرض . ومن ثم يمكن إكمال المسقط بالسهولة المعروفة فى حالات المساقط الاتجاهية القطبية .

٤ — وعند تمثيل العالم كله أو نصفه على خريطة يحسن الالتجاء إلى أحد المساقط المعدلة التى تعالج المنطقة ككل والتى تبدأ بتحديد شكل المحيط الخارجى للمسقط - مرة على شكل دائرة ومرة على شكل قطع ناقص ،... ثم يستكمل الهيكل الجغرافى للخريطة داخل الإطار المحدد للمسقط .

ولا يعتبر هذا التقسيم قاطعا فى عملية اختيار المسقط ولكنه متبع فى كثير من الحالات . ويلزم أن نكون على بينة من أن الأسطوانة هى حالة خاصة من المخروط تكون فيها زاوية رأس المخروط صفرا . كما وأن المستوى الذى يستخدم فى حالة الإسقاط الاتجاهى هو أيضا حالة خاصة من المخروط والذى فيه تكون زاوية رأس المخروط ١٨٠° .

ويلزم أيضا أن نعرف أنه عند أى مكان على سطح الأرض يمكن الإسقاط بأى طريقة من الطرق المعروفة ولكن الإسقاط مع مراعاة التقسيم السابق يجعل الحساب أسهل ما يمكن .

فمثلا عند مكان عرضه ٥٠° شمال يمكن استخدام الإسقاط المخروطى بحيث يمس المخروط سطح الأرض حول دائرة العرض ٥٠° شمال .

ويمكن أيضا الإسقاط على مستوى يمس الأرض عند هذا المكان ويمكن الإسقاط على اسطوانة تمس الأرض حول خط الطول الذى يمر بهذا المكان أو اسطوانة تمس الأرض حول دائرة عظمى تمر بهذا المكان (وفى هاتين الحالتين الأخيرتين يسمى المسقطين الناتجين إسطوانى مستعرض ، واسطوانى منحرف) .

ولكن الاسقاط المخروطى أ.ملها كلها فى الحساب .

علاقة المسقط بالغرض المطلوب منه عمل الخريطة

يتحكم الغرض المطلوب منه عمل الخريطة فى اختيار المسقط المطلوب . هناك أغراض متعددة لرسم الخرائط ولا بد أن نراعى أن المسقط المختار للخريطة يحقق الخصائص الهندسية التى تفى بهذه الأغراض .

والخرائط الجغرافية المرسومة بمقاييس صغيرة تستخدم فى الأغراض الآتية .

١ — بيان التوزيعات .
٢ — بيان الاتجاهات المتساوية من مكان معين .
٣ — بيان المسافات المتساوية من مكان معين .
٤ — الملاحة باتباع خطوط السير الثابتة الاتجاه .
٥ — الملاحة باتباع أقصر المسافات .
٦ — بيان الشكل المجسم للأرض .

١ — ولرسم خريطة للتوزيعات يلزم أن يكون المسقط متساوى المساحات . والمساقط متساوية المساحات التى تم استعراضها هى المولفايدى والسانسون فلامستيد والاسطوانى متساوى المساحات ولامبرت المخروطى متساوى المساحات والبرن والاتجاهى متساوى المساحات . وعلى ذلك يتم اختيار أحد هذه المساقط لخرائط التوزيعات مع مراعاة موقع المنطقة المطلوب بيانها كما سبق ، ومع مراعاة العلاقات التى سنذكر فيما بعد .

٢ — ولرسم خريطة تعطى الاتجاهات الحقيقية من مكان معين يلزم أن يكون المسقط إتجاهى ومركزه عند هذا المكان . وهذا النوع من الخرائط

يستخدم أيضا فى محطات الإرسال اللاسلكى حتى تعرف المحطة على الاتجاهات الحقيقية للأماكن التى يمكنها إستقبال الاذاعة وبذلك تتمكن المحطة من توجيه الموجات إلى تلك الأماكن .

والمساقط الاتجاهية التى تم إستعراضها هى المركزى والاستريوجرافى والاورثوجرافى والمتساوى المسافات والمتساوى المساحات ؛ ويمكن اختيار واحد منها طبقا للأغراض الأخرى المطلوبة .

٣ — ولرسم خريطة تعطى المسافات الحقيقية من مكان معين يلزم أن يكون المسقط إتجاهى متساوى المسافات .

وهذا النوع من المساقط يستخدم أيضا فى خرائط محطات الإرسال اللاسلكى المشروحة فى البند السابق لتعطى المسافات الحقيقية بالإضافة إلى الاتجاهات الحقيقية من موقع المحطة - كما يستخدم أيضا هذا المسقط فى الخرائط التى تبين خطوط الملاحة الجوية من مركز رئيسى يكون عادة عاصمة لاحدى الدول .

وفى هذا المجال لابد وأن نوضح أنه لا يوجد مسقط يحقق المسافات المتساوية فى جميع أنحاء الخريطة - كما وأن هناك مساقط تعطى المسافات المتساوية على خط من خطوط الطول أو العرض أو كليهما معا أو أكثر من ذلك . فالمساقط الاسطوانية تحقق تساوى المسافات على خط الاستواء ؛ كما وأن المسقط الاسطوانى البسيط يحقق بالإضافة إلى ذلك تساوى المسافات على جميع خطوط الطول ، وذلك بالطبع يقابله تشوية فى خطوط العرض يتزايد كلما إبتعدنا عن العرض الرئيسى .

(ب) والمساقط المخروطية تحقق تساوى المسافات على خط العرض الرئيسى - أو خطى العرضين الرئيسيين - بالإضافة إلى بعض الخطوط الأخرى :

١ — فى المخروطى البسيط وفى المخروطى بعرضين رئيسيين تكون المسافات صحيحة على خطوط الطول .

٢ — وفى متعدد المخاريط وفى بون تكون المسافات صحيحة على كل خطوط العرض وعلى خط الطول الأوسط .

(حـ) ومسقط سانسون فلامستيد يحقق المسافات المتساوية على كل خطوط العرض وعلى خط الطول الأوسط .

٤ — ولرسم خريطة تستخدم فى الملاحة باتباع خطوط السير الثابتة الإتجاه يلزم أن يكون المسقط تشابهى .

والمساقط التشابهية التى تم إستعراضها هى مسقط مركيتور والمسقط الاستريوجرافى .

والمعروف أن التشوية يتزايد فى مسقط مركيتور كلما ابتعدنا عن الاستواء ولذلك لا يستخدم هذا المسقط لتمثيل المناطق القطبية ويستبدل بالمسقط الاستريوجرافى القطبى .

٥ — ولرسم خريطة تستخدم فى الملاحة باتباع أقصر الطرق يلزم أن يكون المسقط مركزى . وهو المسقط الوحيد الذى فيه تمثل الخطوط المستقيمة على الخريطة الدوائر العظمى (أقصر المسافات) على سطح الأرض .

٦ — ولرسم خريطة تبين الشكل المجسم للكرة الأرضية - تبرز تكورها - يلزم استخدام المسقط الأورثوجرافى ، فهو مسقط منظور يقع مركز الإسقاط فيه عند اللانهاية . لذلك يمثل هذا المسقط شكل الأرض كما يراها الإنسان من مكان بعيد جدا عنها .

هذا المسقط يستخدم كثيرا فى خرائط الأطالس الحديثة التى تعنى بدراسة الأرض ككل ، كما يستخدم فى الكتب الجغرافية لتوضيح الشرح الخاص بالمعالم العامة للكرة الأرضية .

أحيانا يستعاض عن المسقط الأورثوجرافى بالمسقط الاستريوجرافى وذلك لصعوبة إجراء حسابات الاورثوجرافى ولسهولة إجراء حسابات الاستريوجرافى وأيضا لصعوبة رسم القطاعات الناقصة فى الاورثوجرافى ولسهولة رسم أقواس الدوائر فى الاستريوجرافى . ويعطى الاستريوجرافى صورة مجسمة لشكل الأرض بدرجة مقبولة ولكنها ليست بالتجسيم الذى يعطيه الاورثوجرافى .

٧ — بالإضافة إلى الأغـــراض السابقة تتضمن الأطالس عادة خرائط فلكية . والخرائط الفلكية ترسم عادة بالمسقط الاستريوجرافى حتى يمكن استخدامها فى قياس بعض العناصر كما أنه يمكن متابعة حركة الأجرام السماوية عليها . وترسم الخرائط الفلكية أيضا على المسقط الإتجاهى متساوى المسافات القطبي وفى هذه الحالة ترسم الكرة السماوية فى مسقطين متجاورين أحدهما للنصف الشمالى والآخر للنصف الجنوبى .

وفى كثير من الأطالس الحديثة ظهرت خرائط القمر مرسومة بالمسقط الاستريوجرافى الإستوائى فى جزئين أحدهما للنصف المواجه للأرض والجزء الآخر للنصف الثانى .

علاقة المسقط باتساع وشكل المنطقة المطلوب رسمها

أولا : من حيث الاتساع

١ — عند رسم قارة مثل أفريقيا على المساقط المختلفة التى تصلح لذلك مثل مركيتور وسانسون فلامستيد ومولفايدى والاتجاهى متساوى المسافات والاتجاهى متساوى المساحات والكروى والاستريوجرافى والاورثوجرافى و... نجد أن هناك فروقا فى الأشكال الناتجة . وتظهر تلك الفروق فى شكل الهيكل الجغرافى الذى فيه تكون خطوط الطول مستقيمة أحيانا ومنحنية أحيانا وتكون خطوط العرض مستقيمة أحيانا ومنحنية أحيانا كما تختلف درجة الانحناء من مسقط إلى آخر .

٢ — وإذا رسمنا قارة أفريقيا والبحار والمحيطات المحيطة بها - أى إمتدت الخريطة غربا لتشمل المحيط الأطلسى حتى سواحل الأمريكتين وإمتدت شرقا لتشمل المحيط الهندى حتى سواحل الهند وجزر الهند الشرقية وسواحل أستراليا وإمتدت شمالا لتشمل البحر المتوسط وأجزاء من أوربا وإمتدت جنوبا حتى سواحل القارة القطبية الجنوبية - على نفس المساقط التى تصلح لأفريقيا ، لوجدنا أن الفروق فى الأشكال قد زادت وأتضحت . ذلك يحدث لزيادة الانحناءات فى خطوط الطول والعرض كلما إبتعدنا عن المركز نحو أطراف الخريطة .

٣ — وإذا رسمنا إحدى دول أفريقيا أو منطقة من هذه القارة على مساقط مختلفة فاننا نجد أن الفروق بين الأشكال الناتجة صغيرة لا تذكر . وذلك لأن الفرق بين الخط المستقيم والخط المنحنى الذى يناظره يكون صغيرا فى المناطق المحدودة الاتساع .

من هنا يتبين أن تحديد المسقط المطلوب لرسم منطقة صغيرة من العالم بمقياس صغير يتفق مع خرائط الأطلس ، لا يؤثر كثيرا على الشكل الناتج لأن معظم المساقط تؤدى إلى أشكال متقاربة .

وكلما زادت المنطقة فى الإتساع كلما إتضحت الحاجة إلى تحديد خصائص المسقط المطلوب وبالتالى إلى تحديد إسم المسقط.

ثانيا : من حيث الشكل

١ — عند البحث عن مسقط يصلح لتمثيل الساحل الغربى لأمريكا الجنوبية الذى يمتد من العرض ٨° شمال إلى العرض ٥٥° جنوب فى حين يبلغ إتساعه مع خطوط الطول ١٠° درجات تقريبا — يحسن البحث عن مسقط يحقق المسافات المتساوية مع خط الطول المتوسط فى هذه المنطقة وهو خط الطول ٧٠° غرب . والمساقط التى تحقق ذلك هى الساندسون فلامستيد والاسطوانى البسيط والمخروطى بعرضين رئيسين وبون ومتعدد المخاريط .

٢ — عند البحث عن مسقط يصلح لتمثيل المنطقة التى تشمل الحدود السياسية بين كندا والولايات المتحدة والتى تمتد من الطول ٩٧° غرب إلى الطول ١٢٣° غرب فى حين يبلغ إتساعها مع درجات العرض ٤° درجات تقريبا — يحسن البحث عن مسقط يحقق المسافات المتساوية مع خط العرض المتوسط فى تلك المنطقة وهو خط العرض ٤٧° شمال . ومعظم المساقط المخروطية تحقق هذا الغرض .

من هنا يتضح أن شكل المنطقة المطلوب تمثيلها على الخريطة يتدخل فى تحديد المسقط المطلوب .

اختيار المسقط مع مراعاة شكل هيكله الجغرافى

مما سبق يتضح أن إختيار المسقط يتم مع مراعاة الآتى :

١ - موقع المنطقة .

٢ - الغرض المطلوب منه على الخريطة .

٣ - إتساع المنطقة وشكلها .

وحتى مع مراعاة تلك الظروف فإننـــا نصل أحيانا إلى مسقطين أو ثلاثة أو أكثر تحقق المطلوب . عندئذ تراعى ظروف جديدة وهى :

أولا : الحسابات : والمعروف أن بعض المساقط لا تتطلب حسابات معقدة خصوصا تلك التى يدخل فى تكوينها الخطوط المستقيمة أوأقواس الدوائر وعادة يلجأ الكارتوجرافى إلى المسقط الذى لايحتاج إلى حسابات معقدة.

ثانيا : طريقة الرسم : وبالطبع يفضل الكارتوجرافى المسقط الذى يدخل فى تكوينه الخطوط المستقيمة وأقواس الدوائر لسهولة رسمها .

ثالثا : بالإضافة إلى العنصرين الهـــامين السابقين لابد وأن نتذكر دائما أن الخريطة تمثل سطح الأرض الكروى وأن خطوط الطول وخطوط العرض على سطح الأرض أقواس دوائر ولذلك كلما كانت خطوط الطـــول والعرض على الخريطة منحنية كلما كانت الخريطةأقرب شكلا من سطح الأرض . وليس معنى ذلك

أن نستبعد المساقط التي يدخل في تشكيل هيكلها الجغرافي الخطوط المستقيمة : فأحيانا يلزم أن تكون الخريطة على مسقط مركيتور وأحيانا لابد وأن تكون الخريطة على مسقط مركزي وهذان المسقطان لا يخلوان من الخطوط المستقيمة

ولكن لو كان الكارتوجرافي بصدد إنشاء مجموعة من الخرائط كما في حالة الأطلس فيستحسن أن ينوع من المساقط المستخدمة وهنا يلزم التنوية مرة أخرى إلى إستخدام المسقط الاورثوجرافي في خرائط الأطلس الذي يعطي جمالا وتجسيماً للشكل الحقيقي للأرض بالرغم من صعوبة حساباته ورسمه .

الباب الحادى عشر

ملاحق

ملحق (١)

طريقة رسم قطع ناقص

للقطع الناقص خصائص هندسية كثيرة . ومن تلك الخصائص يمكن إتباع طرق مختلفة لرسمه والقطع الناقص يظهر فى المسقط الاورثوجرافى ومسقط مولفايدى بعد حساب أطوال مجاورة . ولذا سنذكر فى هذا الملحق الطرق المختلفة لرسم القطع الناقص بمعلومية أطوال محوريه .

الطريقة الأولى

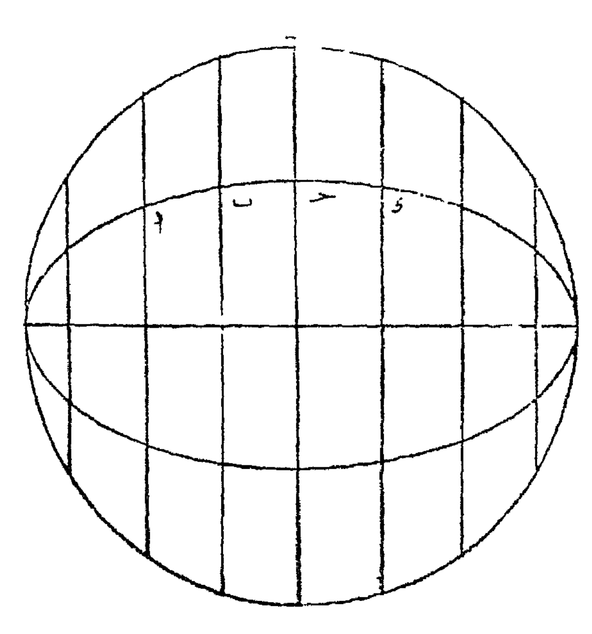
مثال : لرسم قطع ناقص طول محوره الأكبر ٧٠مم وطول محوره الأصغر ٢٧ مم .

يتبع الآتى :

١ — ترسم دائرة قطرها ٧٠مم ونرسم بداخلها قطرين متعامدين أحدهما فى إتجاه المحور الأكبر للقطع والثانى فى إتجاه المحور الأصغر له .

٢ — نرسم مجموعة من الأوتار توازى إتجاه المحور الأصغر للقطع — وكلما كان عدد الأوتار كبيرا كلما ساعد ذلك على تحديد شكل القطع بدقة عالية .

٣ - على الأوتار المرسومة تحدد النقط ا ، ب ، حـ ، و ، .. والتى تقسم المسافة من منتصف الوتر إلى محيط الدائرة بنسبة $\frac{٢٧}{٧٠}$



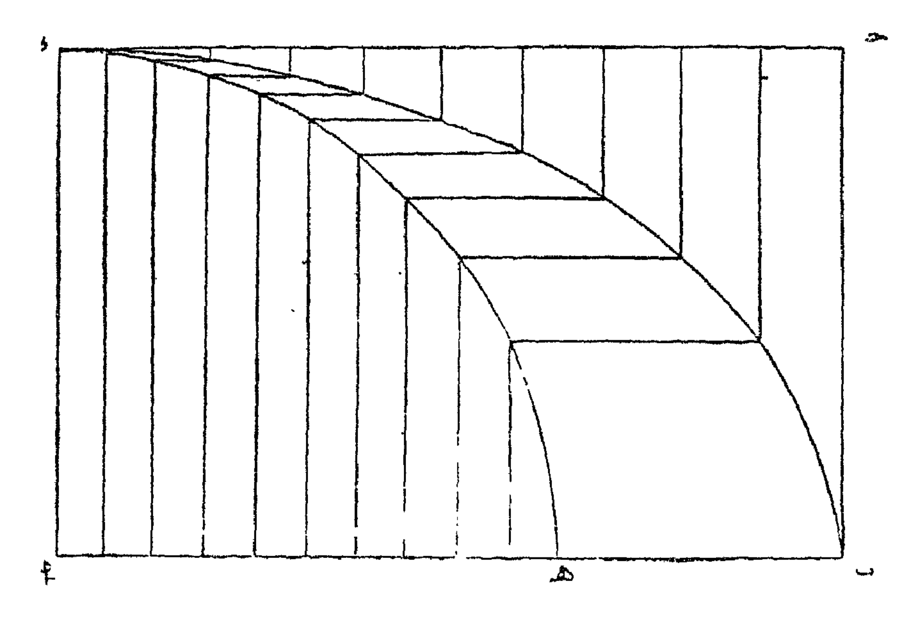
شـكل ١١٤

٤ ـــ نصل النقط أ ، ب ، حـ ، ى ، ... فينتج القطع الناقص المطلوب .

الطريقة الثـانية

مثال : لرسم قطع ناقص طول محوره الأكبر ٢٠ سم وطول محـــورة الأصغر ١٢ سم .

يتبع الآتى لرسم ربع القطع .



شـكل ١١٥

١ — نرسم مستطيل ا ب حـ ء ، ضلعه ا ب يمثل نصف المحــور الأكبر (١٠ سم) وضلعه ا ء يمثل نصف المحور الأصغر (٦½ سم) .

٢ — نرسم ربع دائرة مركزها ا ونصف قطرها ا ء (٦½سم) ، تقطــع ا ب فى هـ .

٣ — تقسم ا هـ إلى عدد من الأقسام المتساوية (١٠ أقسام) ونقيم الأعمدة على ا ب عند نقط التقسيم لتقابل محيط ربع الدائرة .

٤ — نقسم ء حـ إلى نفس العدد من الأقسام المتساوية (١٠) ونقيم الأعمده على ء حـ عند نقط التقسيم .

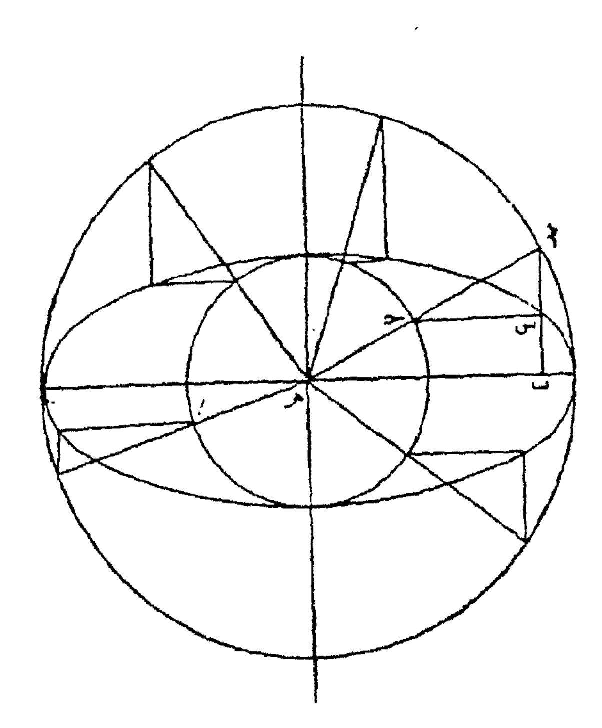
٥ — من كل نقطة على محيط الدائرة حصلنا عليهـــا فى الخطوة (٣) نرسم موازيا للخط ا ب يقابل الخط العمودى على حـ د المناظر له فى نقطة ، تقـــع على محيط القطع الناقص .

٦ — نصل النقط التى حصلنا عليها فى الخطوة (٥) .

الطريقة الثالثـة

مثال : لرسم قطـع ناقص طول محوره الأكـبر ٧٠ مم وطـــول محـوره الأصغر ٣١مم .

١ — نرسم المحورين المتعـامدين للقطـع ومن المركز (م) نرسم دائرتين قطر أحدهما ٧٠مم وقطر الثانية ٣١مم .



شكل ١١٦

٢ — نأخذ نقطا مختلفة مثل ا على محيط الدائرة الكبرى ومنها نسقط عمود ا ب على المحور الأكبر .

٣ — نصل ا م ليقطع الدائرة الصغرى فى حو .

٤ — عند حو نرسم موازيا للمحور الأكبر للقطع يقابل ا ب فى نقطة س التى تقع على محيط القطع الناقص .

٥ — نكرر الخطوات الثلاثة السابقة لنحصل على باقى نقط القطع الناقص ونصل بينها .

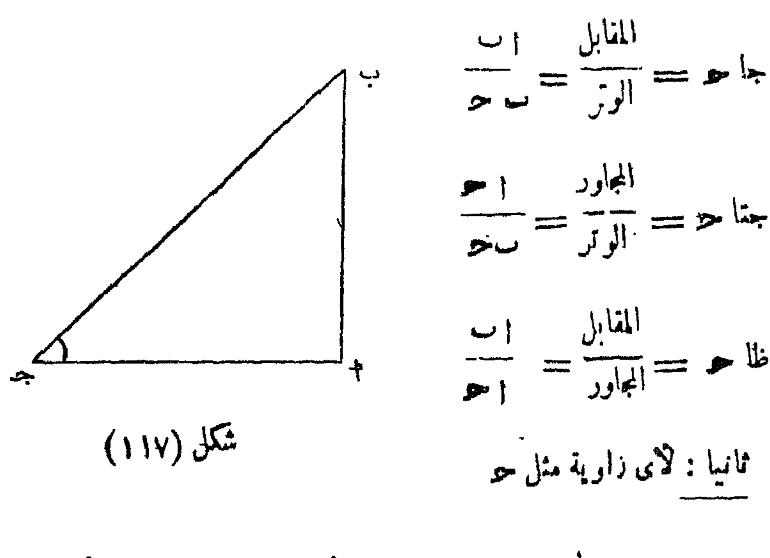
ملحق (٢)

بعض قوانين حساب المثلثات المستوية

أولا : فى المثلث ا ب حـ القائم الزاوية عند ا . نطلق على الضلع ب حـ الوتر .

ونطلق على الضلع ا ب المقابل لزاوية حـ إسم المقابل .

ونطلق على الضلع ا حـ المجاور لزاوية حـ إسم المجاور .



شكل (١١٧)

$$\text{جا حـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ب حـ}}$$

$$\text{جتا حـ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ا حـ}}{\text{ب حـ}}$$

$$\text{ظا حـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{ا ب}}{\text{ا حـ}}$$

ثانيا : لأى زاوية مثل حـ

$$\text{ظا حـ} = \frac{1}{\text{ظتا حـ}} \text{ ، قا حـ} = \frac{1}{\text{جتا حـ}} \text{ ، قتا حـ} = \frac{1}{\text{جا حـ}}$$

$$\text{، ظا حـ} = \frac{\text{جا حـ}}{\text{جتا حـ}}$$

$$\text{جا}^2 \text{ حـ} + \text{جتا}^2 \text{ حـ} = 1$$

$$\text{جا } (90^\circ - \text{حـ}) = \text{جتا حـ} \qquad \text{جا } (180^\circ - \text{حـ}) = \text{جا حـ}$$

$$\text{جتا } (90^\circ - \text{حـ}) = \text{جا حـ} \qquad \text{جتا } (180^\circ - \text{حـ}) = -\text{جتا حـ}$$

$$\text{ظا } (90^\circ - \text{حـ}) = \text{ظتا حـ} \qquad \text{ظا } (180^\circ - \text{حـ}) = -\text{ظا حـ}$$

جا ٢ح = ٢ جا ح جتا ح

جا ح = ٢ جا ح/٢ جتا ح/٢

جتا ٢ح = جتا^٢ ح − جا^٢ ح

جتا ح = جتا^٢ ح/٢ − جا^٢ ح/٢

= ٢ جتا^٢ ح − ١

= ٢ جتا^٢ ح/٢ − ١

= ١ − ٢ جا^٢ ح

= ١ − ٢ جا^٢ ح/٢

ظا ٢ح = ٢ ظا ح / (١ − ظا^٢ ح)

ظا ح = ٢ ظا ح/٢ / (١ − ظا^٢ ح/٢)

ثالثا : لأى زاويتين مثل ا ، ب

جا (ا + ب) = جا ا جتا ب + جتا ا جا ب

جتا (ا + ب) = جتا ا جتا ب − جا ا جا ب

ظا (ا + ب) = (ظا ا + ظا ب) / (١ − ظا ا ظا ب)

جا ا + جا ب = ٢ جا (ا + ب)/٢ جتا (ا − ب)/٢

جا ا − جا ب = ٢ جتا (ا + ب)/٢ جا (ا − ب)/٢

$$\text{جتا ا} + \text{جتا ب} = ٢\ \text{جتا}\ \frac{\text{ا} + \text{ب}}{٢}\ \text{جتا}\ \frac{\text{ا} - \text{ب}}{٢}$$

$$\text{جتا ا} - \text{جتا ب} = ٢\ \text{جا}\ \frac{\text{ا} + \text{ب}}{٢}\ \text{جا}\ \frac{\text{ب} - \text{ا}}{٢}$$

$$٢\ \text{جا ا جا ب} = \text{جتا}\ (\text{ا} - \text{ب}) - \text{جتا}\ (\text{ا} + \text{ب})$$

$$٢\ \text{جتا ا جتا ب} = \text{جتا}\ (\text{ا} - \text{ب}) + \text{جتا}\ (\text{ا} + \text{ب})$$

$$٢\ \text{جا ا جتا ب} = \text{جا}\ (\text{ا} + \text{ب}) + \text{جا}\ (\text{ا} - \text{ب})$$

$$٢\ \text{جتا ا جا ب} = \text{جا}\ (\text{ا} + \text{ب}) - \text{جا}\ (\text{ا} - \text{ب})$$

رابعا : فى أى مثلث مثل ا ب حـ

$$\frac{\text{جا ا}}{\text{ب حـ}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{حـ ا}} = \frac{\text{جا حـ}}{\text{ا ب}}$$

$$\text{ب حـ}^{٢} = \text{حـ ا}^{٢} + \text{ا ب}^{٢} - ٢\ \text{حـ ا} \cdot \text{ا ب} \cdot \text{جتا ا}$$

$$\text{حـ ا}^{٢} = \text{ا ب}^{٢} + \text{ب حـ}^{٢} - ٢\ \text{ا ب} \cdot \text{ب حـ} \cdot \text{جتا ب}$$

$$\text{ا ب}^{٢} = \text{ب حـ}^{٢} + \text{حـ ا}^{٢} - ٢\ \text{ب حـ} \cdot \text{حـ ا} \cdot \text{جتا حـ}$$

قائمة المصطلحات

إتجاه - من الشمال — Bearing

إتجاه ، عزمة — Azimuth

إتجاه خط السير — Course

إتجاهى — Azimnthal , Zenithal

إحداثى — Co - ordinate

استريو جراف - مجسم — Stereographic

إستواء — Equator

إستوائى — Equatorial

أسطوانة — Cylinder

أسطوانى — Cylindrical

إسقاط — Projection

ألبرز (كارتوجرافى) — Albers

إطار — Border

أطلس — Atlas

ب

بوجز (كارتوجرافى) — Boggs

بون (كارتوجرافى) — Bonne

ت

تشابهى — Conformal orthomorphic

تشويه — Distortion

تقدير دائرى زاوية — Radian

ث

ثابت المخروط — Constant of the cone

ج

جنوب — South

جيب (زاوية) - جا — Sine - sin

جيب تمام - جتا — Cosine - cos

خ

خريطة — Map , Chart

خط طول — Meridian

خط عرض - دائرة عرض — Parallel of latitude

د

دائرة — Circle

دائرة صغرى — Small circle

دائرة عظمى — Creat circle

دائرى — Circular

درجة — Degree

ز

زاوية — Angle

س

سانسون (كارتوجرافى) Sanson

ش

شرق East

شمال North

ص

صحيح - أورثوجرافى
Orthographic

ط

طاقية (كروية) Cap

طول Longitude

ظ

ظل (زاوية) - ظا Tangent - tan

ظل تمام - ظتا Cotangent - cot

ع

عالم World

عرض Latitude

عرض رئيسى
Standard latitude

غ

غرب West

ف

فاندر جرينتن (كارتوجرافى)
Van Der Grinten

فلامستيد (كارتوجرافى)
Flamsteed

فلك (علم) Astronomy

ق

قاطع (زاوية) - قا Secant - sec

قاطع تمام - قتا Cosecant - cosec

قطاع (دائرى) Sector

قطب Pole

قطبى Polar

قطر Diameter

قطعة (دائرية) Segment

قطع زائد Hyperbola

قطع مكافىء Parabola

قطع ناقص Ellipse

ك

كافرايسكى (كارتوجرافى)
Kavraisky

كراستر (كارتوجرافى) Craster

كرة Sphere

كرة أرضية Globe

كروى Globular

كروى Spheroidal

كرى Spherical

كوكب Planet

ل

لامبرت (كارتوجرافى) Lambert

م

متساوى المساحات	Equal area
متساوى المسافات	Equidistant
متعدد المخاريط	Polyconic
متقطع	Interrupted
متمم العرض	Co—latitude
مجسم — أستريوجراف	Stereographic
محيط (دائرة)	Circumference
مخروط	Cone
مخروطى	Conic
مركزى	Gnomonic
مركيتور (كارتوجراف)	Mercator
مساحة	Area
مساحة	Surveying
مستعرض	Transverse
مسقط	Projection
معدل	Conventional
مقياس	Scale
منطقة كروية	Zone
منظور	Perspective
ملاحة	Navigation
مولفايدى (كارتوجراف)	

ن

نصف قطر	Radius
نجم	Star

هـ

هامار (كارتوجراف)	Hammer
هيكل جغرافى	Graticule

و

وتر (دائرى)	Chord
وينكل (كارتوجراف)	Winkel

